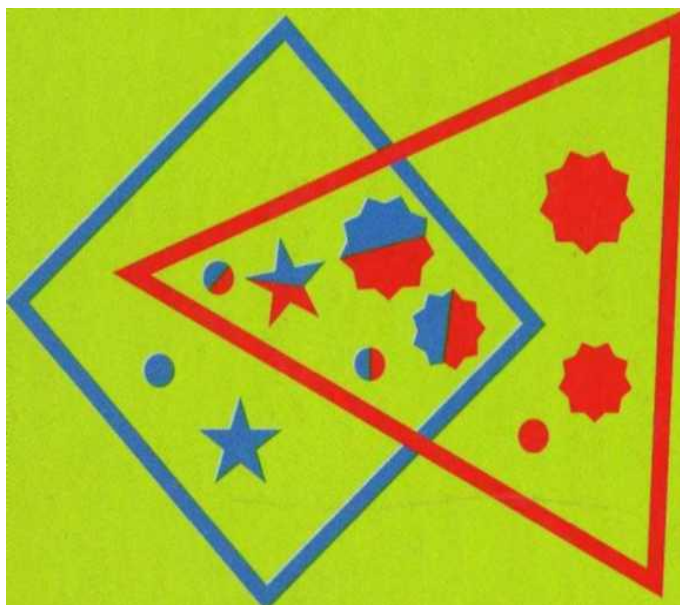


З. А. Михайлова, Е. Д. Носова, А. А. Столяр,  
М. Н. Полякова, А. М. Вербенец

# **ТЕОРИИ И ТЕХНОЛОГИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ ДЕТЕЙ ДОШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА**



ИЗДАТЕЛЬСТВО «ДЕТСТВО-ПРЕСС» • САНКТ-ПЕТЕРБУРГ.

ББК 74.102 М69

Авторы: З. А. Михайлова, Е. А. Носова, А. А. Столяр, М. Н. Полякова,  
А. М. Вербенец и др.

Рецензенты: Р. Ф. Малых, канд. психологически\* наук, доцент; Г. Н.  
Гришкова, кандидат педагогических наук.

Научные редакторы: М. И. Калинина, кандидат педагогических наук, доцент, О.  
А. Граничина, кандидат физико-математических наук, доцент.

Допущено Учебно-методическим объединением <sup>по</sup> направлениям педагогического образования в качестве учебно-методического пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению 540600 (050700) Педагогика

**Михайлова З. А. и др.**

М69 Теории и технологии математического <sup>^</sup>вита<sup>м</sup>я<sup>я</sup> дете<sup>е</sup> И<sup>й</sup>, До<sup>о</sup> школьного возраста.-  
СПб.: «ДЕТСТВО-ПРЕСС» 2008. -- 184 с. -- ил л.  
ISBN 978-5-89814-441-8

В учебном пособии представлены теоретические основы и современные технологии развития у детей дошкольного возраста логоматематических представлений. Раскрыты предметно-математическое и предлогическое содержание, педагогические технологии развития у детей представлений (о свойствах и отношениях предметов, пространственно-временных категориях, о числах, связях и зависимостях). Среди педагогических технологий особо выделена проблемно-игровая технология как наиболее «эффективная в реализации» идеи развивающего образования.

Для студентов факультетов дошкольного образования педагогических университетов, институтов, преподавателей педагогических колледжей, магистров и аспирантов.

ББК 74.102

## Содержание

|   |            |
|---|------------|
| Предисловие.....  | 6          |
| <b>Глава 1. Исторический обзор и современное состояние теории и технологий развития математических представлений у детей дошкольного возраста .....</b>         | <b>13</b>  |
| Михайлова З. А.   |            |
| 1.1. Истоки методики развития математических представлений у детей дошкольного возраста и этапы ее становления.....   | 13         |
| 1.2. Теории и методика математического развития детей дошкольного возраста (20—50-е гг. XX в.) (второй этап развития методики) .....                            | 21         |
| 1.3. Научно обоснованная дидактическая система формирования элементарных математических представлений в 50—60-е гг. XX в. (третий этап развития методики) ..... | 30         |
| 1.4. Психолого-педагогические исследования 60—70-х гг. XX в. и передовой педагогический опыт в области теории и технологий математического развития детей ..... | 35         |
| 1.5. Современное состояние теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста .....  | 36         |
| <b>Глава 2. Теоретические основы развития математических представлений у дошкольников .....</b>   | <b>50</b>  |
| Столяр А. А.  |            |
| 2.1. Множества .....  | 51         |
| 2.2. Отношения .....  | 64         |
| 2.3. Числа .....  | 69         |
| 2.4. Геометрические фигуры .....  | 76         |
| 2.5. Величины и их измерение .....  | 85         |
| 2.6. Алгоритмы .....  | 93         |
| 2.  |            |
| <b>Глава 3. Содержание и технологии развития математических представлений у детей дошкольного возраста .....</b>  | <b>102</b> |
| Носова Е. А.  |            |
| 3.1. Общая характеристика содержания математических представлений у детей дошкольного возраста .....  | 102        |
| 3.2. Способы познания свойств и отношений в дошкольном возрасте.....  | 111        |
| Михайлова З. А.   |            |
| 3.3. Особенности и методика освоения детьми дошкольного возраста формы предметов и геометрических фигур .....   | 131        |

|  |            |
|--|------------|
| 3.4. Особенности и методика освоения детьми дошкольного<br>возраста размеров предметов и величин .....   | 147        |
| 3.5. Особенности и методика развития у детей дошкольного<br>возраста представлений о массе предметов и<br>способах измерения массы.....                                      | 164        |
| 3.6. Развитие пространственных представлений в дошколь-<br>ном возрасте .....  | 170        |
| 3.7. Развитие временных представлений у детей дошколь-<br>ного возраста .....  | 181        |
| 3.8. Освоение количественных отношений, чисел и цифр<br>детьми дошкольного возраста.....   | 194        |
| 3.9. Освоение простейших зависимостей и закономерно-<br>стей в дошкольном возрасте .....   | 236        |
| Полякова М. Н.   |            |
| 3.9.1. Развитие понимания сохранения количества и вели-<br>чины у детей дошкольного возраста.....  | 236        |
| Михайлова З. А.  |            |
| 1,9*2. Особенности и методика освоения детьми 4—6 лет<br>последовательности действий.....  | 250        |
| <b>Глава 4. Организация процесса математического<br/>развития детей<br/>дошкольного возраста .....</b>   | <b>259</b> |
| Михайлова З. А., Полякова М. Н.  |            |
| 4.1. Современные технологии логико-математического<br>развития и обучения детей дошкольного<br>возраста .....  | 259        |
| Вербенец А. М.   |            |
| 4.2. Моделирование как средство логико-математического<br>развития детей дошкольного возраста .....  | 277        |
| 4.3. Реализация идеи интеграции в логико-математиче-<br>ском развитии дошкольников .....   | 307        |
| Поликова М. Н.   |            |
| 4.4. Развивающая среда как средство развития математи-<br>ческих представлений дошкольников .....  | 322        |
| Вербенец А. М.   |            |
| 4.5. Использование познавательных книг математического<br>содержания и рабочих тетрадей в логико-матема-<br>тическом развитии дошкольников.....                              | 337        |
| <b>ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Михайлова З. А., Харько Т. Г., Чеплашки-<br/>на И. Н. Конспекты логико-математических игр<br/>для детей 4—5 лет .....</b>                                   | <b>353</b> |
| <b>ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Михайлова З. А. Развивающие математиче-<br/>ские игры для детей дошкольного возраста. Классифи-<br/>кация по цели и способу достижения результата .....</b> | <b>370</b> |
| <b>ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Словарик основных понятий.....</b>  | <b>372</b> |
| <b>ЛИТЕРАТУРА</b>  | <b>376</b> |

## Предисловие

Преобразования, происшедшие за последние годы в сфере образования России, вызвали необходимость существенных изменений в содержании изучаемых студентами учебных дисциплин и технологиях преподавания их.

В учебном пособии «Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста» для студентов факультетов дошкольного образования педагогических факультетов раскрыта система знаний о закономерностях математического развития детей, видах познавательной деятельности как средствах развития математических представлений у детей, представлены современные технологии. Система знаний, которыми овладевают студенты, включает: понятийный аппарат, теоретические положения (утверждения и разъяснения), различные взгляды на одну и ту же проблему, технологии и т. д.

Учебное пособие разработано на основе воззрений современной гуманистической педагогики, психологии и педагогики развития. В нем учтены принципы создания целесообразной педагогической среды, стимулирующей развитие, закономерности накопления ребенком логико-математического опыта в ходе различных видов деятельности, свойственных детям дошкольного возраста.

В основу конструирования данного учебного пособия и учебно-методических разработок для студентов положена структурно-логическая (поэтапная) технология обучения в ВУЗе.

Принципиальные положения, на основе которых сконструировано содержание учебного пособия, представлены целостной интеграцией содержания учебной дисциплины и технологий с идеями гуманизации (индивидуально-личностной, культурологической).

Содержание образовательного процесса излагается в учебном пособии по общепринятой при изучении педагогических дисциплин логике. В учебном пособии реализован внутродисциплинарный вариант интеграции, что обеспечивает интенсификацию обучения (Т. А. Стефановская, 2000 г.). Излагается теория вопроса и вслед за этим — содержание и методика реализации в практике современного дошкольного образовательного учреждения технологий логико-математического развития детей: традиционных, современных, авторских; их вариативность.

Логика изложения содержания, принятая авторами учебного пособия, постепенно подключает студентов к рассматриваемым в учебнике проблемам. Первоначально изучаются вопросы истории становления теории и методики развития математических представлений у дошкольников, ее современное состояние, затем происходит переход к основной части учебной дисциплины, которая представляет собой теоретические основы содержания обучения и развития у детей математических представлений и технологии реализации математического развития в практике дошкольного воспитания. Завершается изучение учебной дисциплины освоением студентами вопросов организации процесса развития математических представлений в дошкольном возрасте, познавательного и личностного развития ребенка и изучением методических аспектов этой деятельности.

Логика изложения учебного содержания

| <b>Вопросы</b>   | <b>Студент познает</b>   |
|--|--|
| Исторические этапы становления теории и методики развития математических представлений у детей дошкольного возраста  | Источники методики<br>/ Становление и развитие теории и / методики на протяжении XX века /t (содержательный аспект)<br>/ Роль отдельных педагогов-исследователей в развитии методики (Е. И. Тихеева, Ф. Н. Блехер, Л. В. Глаголева и др.); «школ» и направлений: сенсорного воспитания детей (М. Монтессори, Л. А. Венгер и др.)<br>. \ Изучение теории и методики развития \ количественных и числовых представлений у детей в процессе обучения \ (А. М. Леушина)<br>v Основные идеи монографического и вычислительного методов обучения |
| Современное состояние теории и методики развития математических представлений у детей дошкольного возраста   | / Специфика математических представлений ребенка дошкольного возраста<br>/ Обоснование принципов отбора содержания обучения<br>/ Ориентировка на возрастные возможности освоения детьми предматематического и предлогического содержания<br>\ Общая характеристика концептуальных подходов к содержанию и методам развития у детей математических представлений<br>\ Технологии, обеспечивающие становление и развитие логико-математического опыта ребенка  |
| <b>Вопросы</b>   | <b>Студент познает</b>   |
| Предмет учебной дисциплины   | Обусловленность отбора содержания и проектирования технологий развития математических представлений у детей дошкольного возраста основными закономерностями их индивидуального развития, данными диагностики<br>Содержание математического развития детей<br>\ Связь учебной дисциплины «Теория и технологии математического развития дошкольников» с другими науками: детской психологией и дошкольной педагогикой  |
| Закономерности познания детьми дошкольного возраста свойств предметов и отношений между ними. Современные технологии развития и обучения                         | Особенности познания детьми размера, формы, массы предметов. Чувственное и логическое познание<br>/ Сравнение как один из логических способов познания<br>Освоение свойств и отношений предметов в играх и упражнениях с блоками Дьенеша<br>\ Схематические и знаково-символические способы познания и отражения отношений<br>\ Настольно-печатные развивающие игры. Роль взрослого в развитии у детей умений решать познавательные задачи   |
| <b>Вопросы</b>   | <b>Студент познает</b>   |
| Освоение пространственно-временных отношений в дошкольном возрасте   | Генезис пространственных представлений в дошкольном возрасте. Содержание ориентировки в пространстве. Восприятие времени детьми дошкольного возраста<br>„ Игры и упражнения на развитие пространственной ориентации<br>v Моделирование как средство освоения пространственных и временных отношений<br>Технологии развития временных и пространственных представлений  |
| Развитие количественных представлений у детей. Современные технологии обучения   | Особенности познания детьми количественных и числовых отношений<br>Концепции развития числовых представлений у детей<br>Цветные счетные палочки Кюизенера \ как дидактическое средство познания чисел и освоения деятельности счета \ детьми дошкольного возраста<br>Моделирование числовых отношений, использование знаковых систем   |
| <b>Вопросы</b>   | <b>Студент познает</b>   |
| Освоение простейших функциональных зависимостей в дошкольном возрасте  | Содержание зависимостей и особенности освоения их детьми<br>I Познание детьми инвариантности на примере изменения объема жидкости, массы, количества пластичных и дискретных материалов. Самостоятельное экспериментирование детей с этими материалами. Игры-экспериментирования<br>* Освоение детьми закономерности следования. Решение логических задач и выполнение алгоритмов. Игры типа «Вычислительные машины»   |
| Организация процесса логико-математического развития и воспитания детей. Методическое руководство процессом развития логико-математических представлений у детей | Проектирование процесса развития и обучения детей<br>/ Предметно-развивающая среда — источник и средство развития математических представлений у детей<br>Выбор эффективных средств реализации процесса развития математических представлений у детей  |

|   |  |                        |
|---|--|------------------------|
| лений у детей. Содержание и теоретические основы  | ^ \ Формы организации детской деятельности<br>\ Интеграция разных видов детской деятельности   | <i>Окончание табл.</i> |
| <b>Вопросы</b>  | <b>Студент познает</b>   |                        |
| Освоение простейших функциональных зависимостей в дошкольном возрасте   | Содержание зависимостей и особенности освоения их детьми<br><b>I</b> Познание детьми инвариантности на / примере изменения объема жидкости, массы, количества пластичных и —* дискретных материалов. Самостоятельное экспериментирование детей с . этими материалами. Игры-экспериментирования<br>* Освоение детьми закономерности следования. Решение логических задач и выполнение алгоритмов. Игры типа «Вычислительные машины» |                        |
| Организация процесса логико-математического развития и воспитания детей. Методическое руководство процессом развития логико-математических представлений у детей. Содержание и теоретические основы | Проектирование процесса развития и обучения детей<br>/ Предметно-развивающая среда — ис-/* точник и средство развития математических представлений у детей<br>Выбор эффективных средств реализации процесса развития математических представлений у детей<br>^ \ Формы организации детской деятельности<br>\ Интеграция разных видов детской деятельности «  |                        |

Предложенная логика изучения учебного курса позволяет избежать дублирования изучаемого материала (от изучения вопросов истории — к изучению содержания и методов; затем — к организации обучения и вопросам личностного и познавательного развития детей в деятельности).

В общем процессе развития и саморазвития студентов в ходе освоения данной учебной дисциплины значимым является постепенное становление у них педагогической рефлексии. Студенты не только осваивают технологии развития логико-математических представлений у детей, но и овладевают умением самостоятельно адаптировать их к имеющимся условиям, оценивать их результативность. Осмысление методологических основ, подходов к конструированию содержания и технологий в условиях дифференцированного и индивидуализированного обучения детей дает возможность студенту накапливать собственный педагогический опыт, оценивать результативность своей педагогической деятельности, анализировать изменения, происходящие в современном образовании.

Круг читателей учебного пособия «Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста» весьма обширен. Это:

- студенты факультетов дошкольного образования педагогических институтов и университетов;
- преподаватели соответствующих учебных заведений (которые могут уточнить концепции развития математических представлений у детей дошкольного возраста; сопоставить и сравнить взгляды авторов разных учебных пособий; утвердиться в собственных позициях и т. д.);
- магистры, аспиранты педагогических высших учебных заведений;
- преподаватели педагогических колледжей;
- воспитатели детских садов, старшие воспитатели (они будут читать книгу с целью освоения теоретических основ процесса развития логико-математических представлений у детей, подходов к реализации современных технологий обучения и воспитания; выбора необходимых для конкретной реализации содержания обучения и развития дидактических средств, методов и приемов и т. д.).

Студентам, обучающимся по данному учебному пособию, рекомендуется пользоваться хрестоматией «Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста» (Сост.: З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая, М. Н. Полякова. — М.: Центр педагогического образования, 2008 г.).

# Глава 1. Исторический обзор и современное состояние теории и технологии развития математических представлений у детей дошкольного возраста

**Первый закон истории — бояться какой бы то ни было лжи, а затем — не бояться какой бы то ни было правды.**

*Марк Туллий Цицерон*

При современном содержании образования, отражающем новые тенденции развития педагогической теории и практики, важно ориентироваться в вопросах истории становления методики развития у детей математических представлений. Ретроспективный взгляд на проблему (XIII—XIX вв.) поможет освоить истоки методики, ее развитие в разные периоды и аналитически оценить современное состояние.

## 1.1. Истоки методики развития математических представлений у детей дошкольного возраста и этапы ее становления

На длительном пути становления методики развития математических представлений у детей дошкольного возраста предосновоу ее как научной дисциплины составляло устное народное творчество: разнообразные сказки, считалки, поговорки, пословицы, загадки, шутки и т. д. В ходе их освоения дети не только овладевали пересчетом предметов, но и умением воспринимать и осознавать изменения, происходящие в окружающей их действительности: природные, цветовые, пространственные и временные; количественные, изменения по форме, размеру, расположению, пропорциям. Это обеспечивало естественное развитие у детей некоторых представлений, смекалки и сообразительности.

В 1574-м году первопечатник Иван Федоров в созданной им печатной учебной книге — «Букваре» предложил упражнения для обучения детей счету. В устном народном творчестве тех лет также отражены взгляды педагогов и родителей на математическое развитие ребенка **Взгляды педагогов XIII—XIX вв. на содержание и методы развития у детей математических представлений (первый этап развития методики — эмпирический)**

В XIII—XIX вв. вопросы содержания и методов обучения детей дошкольного возраста арифметике и развития представлений о размерах, мерах измерения, времени и пространстве нашли отражение в передовых педагогических системах воспитания, разработанных Я. А. Коменским, И. Г. Песталоцци, К. Д. Ушинским, Л. Н. Толстым и др.

Педагоги той эпохи под влиянием требований развивающейся практики пришли к выводу о необходимости подготовки детей к усвоению математики в школе. Ими высказывались определенные предложения о содержании и методах обучения детей, в основном в условиях семьи. Надо сказать, что специальных пособий по подготовке детей к школе они не разрабатывали, а основные свои идеи включали в книги по воспитанию и обучению.

Чешский мыслитель-гуманист и педагог Я. А. Коменский (1592—1670) в программу по воспитанию дошкольников «Материнская школа» (1632) включил арифметику: усвоение счета в пределах первых двух десятков (для 4—6-летних детей), определение большего и меньшего из них, сравнение предметов и геометрических фигур (по выбору), изучение общеупотребляемых мер (дюйм, пядь, шаг, фунт).

И. Г. Песталоцци (1746—1827), швейцарский педагог-демократ, указывал на недостатки существующих в то время методов обучения, в основе которых лежит зубрежка, и рекомендовал учить детей счету конкретных предметов, пониманию действий над числами, умению определять время. Предложенные им методы обучения предпо переход от простых элементов к более сложным, широкое использование наглядности, облегчающей усвоение детьми чисел. Идеи И. Г. Песталоцци послужили в дальнейшем (середина XIX в.) основой реформы в области обучения математике в школе.

Передовые идеи в обучении детей арифметике до школы высказывал русский педагог-демократ, основоположник научной педагогики в России К. Д. Ушинский (1824—1871). Он предлагал обучать детей счету отдельных предметов и групп, действиям сложения и вычитания, формировать понимание десятка как единицы счета.

Писатель и педагог Л. Н. Толстой издал в 1872 году «Азбуку», одна из частей которой называлась «Счет». Критикуя существующие методы обучения, Л. Н. Толстой предлагал учить детей счету «вперед» и «назад» в пределах сотни и нумерации, основываясь при этом на детском практическом опыте, приобретенном в игре.



Методы развития у детей представлений о числе и форме нашли свое отражение и дальнейшее развитие в системах сенсорного воспитания немецкого педагога Ф. Фребеля (1782—1852), итальянского педагога Марии Монтессори (1870—1952) и др.

В этих классических системах сенсорного воспитания специально рассматривались вопросы ознакомления детей с геометрическими формами и величинами; обучения счету, измерениям, составлению рядов предметов по размеру, весу и т. д. Ф. Фребель видел задачи обучения счету в усвоении детьми дошкольного возраста ряда чисел. Им созданы знаменитые «Дары» — специальное пособие для развития конструктивных навыков в единстве с познанием чисел, форм, размеров, пространственных отношений. Ф. Фребель был убежден в том, что развитие в дошкольном возрасте «пространственного» воображения и мышления создает условия для перехода к усвоению геометрии в школе.

М. Монтессори, опираясь на идеи саморазвития и самообучения, признавала необходимым создание специальной среды для освоения чисел, форм, величин, а также письменной и устной нумерации. Она предлагала использовать для этого специальный материал: счетные ящики, связки цветных бус, нанизанных десятками, счеты, монеты и многое другое.

Наиболее результативно педагогическая деятельность М. Монтессори протекала в первой половине XX в. Использование в обучении и воспитании ребенка материалов по развитию у детей математических представлений строилось на определенном стиле взаимодействия взрослого с ребенком; необходимости наблюдения за поведением детей в условиях специально созданной среды; организации совместной с ребенком свободной работы и др. Система М. Монтессори предусматривает развитие у ребенка сенсомоторной сферы и в дальнейшем — интеллекта. Особо выделяемый по своей значимости «золотой» математический материал сначала осваивается ребенком как набор бус в разной количественности, затем — в символах (цифрах), после этого — как средство освоения умений сравнивать числа. Таким образом, десятичная система счисления представляется ребенку зримо и осязаемо, что ведет к успешному овладению арифметикой.

Обширно представлен в системе М. Монтессори раздел «Логика и счет»: изучение фигур, размеров, способов измерения, проекции, моделирования множеств. Наиболее интересны следующие пособия: «Фигуры из гвоздиков», «Математическое солнце», «Сложи узор», «Объедини множества».

В целом обучение математике по системе М. Монтессори начиналось с сенсорного впечатления, затем осуществлялся переход к пониманию символа (т. е. от конкретного — к абстрактному), что делало математику привлекательной и доступной даже для 3—4-летних детей.

Итак, передовые педагоги прошлого, русские и зарубежные, признавали роль и необходимость первичных математических знаний в развитии и воспитании детей до школы, выделяли при этом счет в качестве средства умственного развития и настоятельно рекомендовали обучать детей ему как можно раньше, примерно с трех лет. Обучение понималось ими как «упражняемость» в выполнении практических, игровых действий с применением наглядного материала, использование накопленного детьми опыта в различении чисел, времени, пространства, мер в разнообразных детских деятельности.

#### **Обзор школьных методов обучения арифметике (XIX — начало XX в.). Влияние их на становление методики развития математических представлений у детей дошкольного возраста**

На длительный и сложный процесс развития методики обучения детей дошкольного возраста математике оказывал влияние передовой опыт практической деятельности воспитателей маленьких детей, учителей начальных школ, педагогов семейного воспитания, результаты опытно-экспериментальной деятельности, научные исследования и др. Становление методики развития элементарных математических представлений в XIX — начале XX вв. происходило также под непосредственным воздействием идей реформирования школьных методов обучения арифметике. Особо выделились два направления: с одним из них связан так называемый метод изучения чисел, или *монографический метод*, а с другим — метод изучения действий, который назвали *вычислительным*.

Согласно методу изучения чисел, в разработке немецкого методиста А. В. Грубе преподавание арифметики осуществлялось «от числа к числу». Каждое из чисел, якобы доступное «непосредственному созерцанию», сравнивалось с каждым из предыдущих чисел путем установления между ними разностного и кратного отношения. Действия как бы сами вытекали из знания наизусть состава чисел. Монографический метод получил определение метода, описывающего число.

В процессе изучения каждого числа материалом для счета служили пальцы рук, штрихи на доске или в тетради, палочки. Например, при изучении числа 6 предлагалось разложить палочки по одной. Задавались вопросы: «Из какого количества палочек составилось число?», «Отсчитайте по одной палочке, чтобы получилось шесть. Во сколько раз шесть больше одного?», «Какую часть шести составляет одна палочка?», «Сколько раз одна палочка заключается в шести?» и т. д. Потом изучаемое число точно так же сравнивалось с числом 2, предлагалось разложить шесть палочек по две и отвечать на вопросы: «Сколько двоек в

шести?», «Сколько раз число два содержится в шести?» и т. д. Таким же образом данное число сравнивалось со всеми предшествующими (3, 4, 5). После каждой группы таких упражнений действия записывались в виде таблицы, результаты которой заучивались наизусть, с тем чтобы в дальнейшем производить арифметические действия по памяти, не прибегая к вычислениям.

В 90-х гг. XIX в. под влиянием критики монографический метод обучения арифметике был несколько видоизменен немецким дидактом и психологом В. А. Лаем. Книга В. А. Лая «Руководство к первоначальному обучению арифметике, основанное на результатах дидактических опытов» была переведена на русский язык.

Как же происходило обучение по Лаю? В. А. Лай считал, что чем отчетливее, яснее и живее наблюдение вещей, тем отчетливее, яснее и живее возникают числовые представления. Детям показывали числовую фигуру. Например, фигура, обозначающая число 4, выглядела так: один круг — в левом верхнем углу, второй — в левом нижнем углу, третий — в правом верхнем углу и четвертый — в правом нижнем углу. Дети рассматривали фигуру, а затем описывали с закрытыми глазами расположение точек. За описанием следовала зарисовка данной числовой фигуры и составление ее на счетах.

После создания образа числа на основе восприятия дети переходили к изучению способов его получения. Например, педагог закрывал три круга из четырех (дети воспринимали один верхний левый), затем он закрывал и этот круг, а первые три открывал. Затем он закрывал два верхних круга, потом — два нижних и т. п. Результаты каждого действия описывались и объяснялись: один да три — это четыре; три и один — это четыре; два и два будет четыре. После этого на изученный состав числа 4 решались задачи.

По этому методу дети воспринимали и запоминали числа, предлагаемые им в виде квадратных числовых фигур.<sup>1</sup> Последовательность обучения по видоизмененному монографическому методу состояла в следующем: а) описание, наблюдение и составление очередной числовой фигуры; б) запоминание состава числа; в) упражнения в арифметических действиях.

Однако уже в 70-х гг. XIX в. стали появляться противники монографического метода. Недовольство методом нарастало, и в 80—90-х гг. русские математики выступили с его резкой критикой, противопоставляя ему *метод изучения действий*, или, иначе, *вычислительный метод*.

Несмотря на критику монографического метода, непризнание его в русских школах, поклонник этого метода Д. Л. Волковский издал книгу «Детский мир в числах» (1912). Книга иллюстрировалась числовыми фигурами В. А. Лая, карточками и чертежами.

Она была предназначена не только для начальной школы, но и для подготовительных классов женских

**1** Рисунки числовых фигур представлены в хрестоматии к данному учебному пособию: (Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста).

гимназий, детских садов и домашнего обучения. Таким образом, монографический метод проник в детский сад и получил там широкое распространение, по нему сравнительно долго строилось обучение детей счету.

В одном из научных исследований того времени (см.: К. Ф. Ле-бединцев «Развитие числовых представлений в раннем детстве». — Киев, 1923) автор, основываясь на наблюдениях за детьми, утверждает, что первые числовые представления ребенка — результат «целостного» восприятия им множеств, различения групп предметов (до 4—5). Освоение умений сосчитать эти небольшие совокупности признавалось необязательным, а численность групп из более чем 5 элементов устанавливалась с помощью счета.

Другой метод — *метод изучения действий (вычислительный)* — предполагал обучение детей вычислениям и пониманию смысла арифметических действий. Обучение при этом строилось по десятичным центрам. В пределах каждого центра изучались не отдельные числа, а счет и действия с числами.

Оба метода (и монографический, и вычислительный) сыграли положительную роль в дальнейшем развитии методики, которая вобрала в себя приемы, упражнения, дидактические средства одного и другого методов.

### **Математическое развитие дошкольников средствами «веселой» занимательной математики**

В конце XIX — начале XX вв. были широко распространены идеи обучения математике без принуждения и дидактичности, забавно, но без излишней занимательности. Математики, психологи, педагоги разрабатывали математические игры и развлечения, составляли сборники задач на смекалку, преобразование фигур, решение головоломок (В. А. Латышев, Н. Н. Аменицкий, И. П. Сахаров, А. П. Доморяд, В. Арне и др.).

Авторы стремились придать четкую логику построения, необычность задачам-шуткам, арифметическим ребусам, задачам-головоломкам, задачам на деление целого на части и т. д. В ходе решения таких задач развиваются способность к правильному мышлению, логичность и последовательность мысли, острый ум и смекалка. Задачи на сообразительность, сметливость учат детей применять имеющиеся у них знания к

различным случаям жизни, приучают к самоконтролю, а главное — способствуют выработке у детей умений самостоятельно искать путь решения.

Ряд книг был издан специально с целью развития способностей детей, в частности «Забавная арифметика» Н. Н. Аменицкого и И. П. Сахарова. В ней предлагалось живое и забавное решение различных практических задач и вопросов, что стимулировало проявления детской самостоятельности.

Широко применялись в обучении и развитии детей математические игры, в ходе которых был необходим подробный и четкий анализ игровых действий, возможность проявить смекалку в ходе поисков, самостоятельность. Значение математических игр рассматривалось авторами с позиций развития у детей интереса к изучению математики, становления умственных способностей, смекалки и сообразительности, находчивости, волевых черт характера, а также приучения детей к умственному труду.

#### Резюме

Для первого этапа становления методики развития математических представлений у детей дошкольного возраста характерно следующее.

Выдвижение и обоснование идей развития у детей количественных, геометрических, пространственных и временных представлений; создание с этой целью предметно-игровой среды (М. Монтессори, Ф. Фребель) и разработка методик овладения действиями сравнения, деления на части, сосчитывания, измерения и др.

Активный поиск методов обучения и развития детей дошкольного и начального школьного возраста. **!!!**- Интерес к занимательной математике (прикладной) как средству развития детских интересов, приобщения детей к осуществлению умственных усилий, «думанию» и сообразительности.

**Щ** Отсутствие теоретических и методических разработок, представляющих собой целостную систему развития математических способностей детей дошкольного возраста.

#### Литература

1. Аменицкий Н. Н., Сахаров И. П. Забавная арифметика. — М.: Наука, 1992.
2. Игры со спичками. Задачи и развлечения. / Сост.: Улицкий А. Т., Улицкий Л. А. — Минск: Вуал, 1993.
3. Литературный материал с математическим содержанием. / Сост.: Михайлова З. А., Непомнящая Р. Л. — СПб.: ЦВПО, 2005.
4. Михайлова З.А. Игровые занимательные задачи для дошкольников.— М.: Просвещение, 1989.
5. Открываю математику. / Авт.-сост. Калинина М. И. и др.— М.: Просвещение, 2005.
6. Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста. Хрестоматия / Сост.: З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая, М. Н. Полякова. — М.: Центр педагогического образования, 2008.
7. Упражнение с Монтессори-материалом. Дом Марии Монтессори.— Рига—Москва: Педагогический центр «Эксперимент», 1998.

## 1.2. Теории и методика математического развития детей дошкольного возраста (20—50-е гг. XX в.) (второй этап развития методики)

В 20-е гг. XX в. резко расширилась сеть дошкольных учреждений, была создана принципиально новая система общественного дошкольного воспитания. Обсуждались проблемы отбора содержания, методов развития математических представлений у детей как основа освоения математики в школе. В эти годы Е. И. Тихеевой, Л. В. Глаголевой, Ф. Н. Блехер и другими разрабатывались методические пособия (илл. 1, 2), программы, игры и дидактические материалы, способствующие математическому развитию дошкольников.



Е. И. Тихеева в 20—30-е гг. XX в. четко определила свои позиции в области математического развития детей дошкольного возраста. Ею разработаны новые методы и приемы формирования основ математических представлений у детей; уточнено содержание обучения, созданы дидактические средства: наглядные материалы, учебные пособия, методические пособия для воспитателей.

Во взглядах Е. И. Тихеевой отражены общепедагогические воззрения того

времени. Она считала центром воспитания и обучения накопление детьми восприятий, усвоение ими научных истин путем самостоятельности, поощрение пытливости их ума, создание условий, при которых ребенок самостоятельно находит то, что ему нужно, и это нужное усваивает.



Илл. 2

запросами каждого ребенка. С другой стороны, «естественный» путь понимался как соответствующий «данному моменту» развития ребенка: сложившейся ситуации и непосредственно в ней возникшему интересу к сравнению, измерению, счету, составлению арифметических примеров и задач, делению предмета на доли. В целом условием развития ребенка Е. И. Тихеева считала сформированность соответствующих предпосылок. Поэтому она была категорически против навязывания знаний. По ее мнению, педагог должен всегда задавать себе вопрос: готов ли ребенок к восприятию тех или иных знаний (например, о числе, цифрах и т. д.)? И только в случае готовности ребенка предлагать ему самостоятельно воспринимать то, до чего он дорос.

«Естественный» путь развития ребенка в области математики протекает в самостоятельности, которая понимается как активное участие ребенка во всем, что его интересует. Для организации самостоятельности необходимо включение детей в деятельное наблюдение жизни, что поощряет пытливость их ума; создание условий развития; руководство развитием; обучение. Самостоятельность организуется с учетом индивидуальных особенностей детей. Для тех из них, кто не может «мимоходом в самостоятельности» освоить материал, необходимо создать специальные условия.

Одним из основных условий освоения математики Е. И. Тихеева считала наличие необходимых пособий, позволяющих ребенку выбирать те объекты, которые его интересуют, и активно действовать. По мнению Тихеевой, наглядный материал должен быть простым и стимулировать детей к самостоятельным занятиям. Взрослый организует с детьми игры-занятия и вносит разнообразие в игру детей. Он ставит перед детьми познавательную задачу, лично участвует в игре до тех пор, пока дети не начнут самостоятельно пользоваться материалом и решать поставленные в процессе игры задачи.

Основная задача педагога при руководстве игрой — вести ее так, чтобы получить наибольший эффект. Индивидуальные занятия Е. И. Тихеева считала более значимыми и ценными, нежели коллективные. Высказанные ею общие положения сводятся к следующему. • Целесообразна серьезность подхода к выбору методических приемов в силу слабой изученности закономерностей развития числовых представлений у детей.

- Особое значение в ряду образовательных средств имеют игры-занятия.
- Правомерен отказ от формального обучения счету, счислению вне детских запросов, возможностей, в отрыве от реальной жизни.
- Играя, ребенок самостоятельно научится считать. Важно, чтобы взрослые были при этом его незаметными помощниками.
- Освоение счета и счисления осуществляется «естественным» путем в условиях активности самого ребенка, проявления им самостоятельности в самостоятельной деятельности.
- Ребенок извлекает числовые представления из жизни (природного окружения, быта), что развивает наблюдательность, способствует закреплению представлений и навыков в дальнейших играх-занятиях с детьми.
- Полезно предлагать ребенку доступные познавательные задачи (например: как определить, поместится ли шкаф в проем), включать их в естественную беседу.

Е. И. Тихеева считала, что обучение математике должно быть игровым. Такое обучение удовлетворяет потребность детей в движениях, стремление мыслить, самостоятельно добывать и применять знания. Обучение, одной из форм организации которого являются игры-занятия, соответствует этим требованиям.

Разработанные Е. И. Тихеевой игры-занятия (ранее называемые ею задачами) структурно подразделяются на части. Первая часть — это игры на познание количественных соотношений. Они предназначены для формирования у детей общих представлений о количестве, ориентировки их в длине, ширине, высоте, расположении предметов в пространстве.

Игры и упражнения второй части — «Роль внешних чувств при образовании числовых представлений» — направлены на развитие барического и термического чувств, умений воспринимать количество на слух, по осязанию, например игры с однородными и разнородными по составу материалами (камыш, кирпичи, кубы, мешочки с песком или опилками). Контролирующим аппаратом являются чашечные весы.

Третья часть — «Упражнения в счете до 10 и знакомство с начертанием цифр». Дети осваивают счет, отношения *больше — меньше, моложе — старше*, цифры. Предлагаются задачи на сравнение в возрастном отношении: «Соне 6 лет, а Володе 3 года. Кто старше? На сколько?»

Четвертая часть названа «Измерения и действия над числами». Особое внимание уделяется установлению соотношений соизмеримых предметов по слову. Взрослый и ребенок называют предметы, а другие дети называют признак, по которому можно их сравнить. Например, доска и рейка сравниваются по ширине (длине, толщине); река и ручеек по глубине и т. д. Игры направлены на выработку у детей понятия о различии предметов по длине, высоте, ширине, толщине, глубине, стоимости, массе, площади (размеру). Первоначальному освоению арифметических действий способствует игра, в которой действия над числами иллюстрируются картинками. Например, кладется карточка с изображением двух девочек и одной. А ниже — карточки с цифрами 2 и 1, соответствующие знаки и результат. Обозначается результат также предметной карточкой и цифрой.

Пятая часть игр-занятий — «Переход к абстрактному счислению» — направлена на систематизацию навыков в вычислениях. С этой целью Е. И. Тихеевой были разработаны специальные пособия.

В последнюю часть игр-занятий — «Составление и решение задач» — включены игры и упражнения, способствующие выработке умений составлять задачу по картинкам, бытовой ситуации, отвечать на вопросы «Что сколько стоит?», «Сколько в неделе дней?» и др.

В разработанных Е. И. Тихеевой играх-занятиях реализована созданная ею программа развития у детей математических представлений и требования жизненности, реальности в обучении детей.

Дидактические материалы Е. И. Тихеева делила на 3 вида: естественный материал (камни, раковины, листья), извлеченный из жизненной обстановки (игрушки, предметы), искусственный (специально разработанный для детей).

Искусственный дидактический материал Тихеева считала особо значимым, так как он выдвигает упрощенные (в сравнении с обыденными житейскими) ситуации, обеспечивает повторность, концентрирует внимание детей на определенной задаче. Действуя с досками-дюймовками (разделенными на дюймы), дети осваивают счет и вычисления. Кроме того, это незаменимый материал для строительно-конструктивных игр. При сооружении построек требуется соотношение досок-дюймовок по размерам, что обеспечивает постройке прочность и красоту.

Итак, Е. И. Тихеева обосновала ряд положений, характеризующих обучение счету.

1. Обучение строится на основе учета предпосылок детского развития и протекает в форме самостоятельности. Оно невозможно без богатого дидактического материала, жизненного опыта, четкого ненавязчивого руководства.

2. Игры-занятия сконструированы ею таким образом, что от освоения простых внешних особенностей предметов и отношений между ними (свойства, отношения по количеству, размер) дети переходят к познанию зависимости между величинами, числами, усваивают арифметические действия, измерения.

3. Руководство игрой, состоящее в постановке познавательных задач, обеспечивает развитие самостоятельности в игре.

До 1939 г. в детских садах Ленинграда обучали счету по методике Л. В. Глаголевой и Ф. Н. Блехер. Л. В. Глаголева — исследователь, методист, практик. В ряде ее методических пособий («Преподавание арифметики лабораторным методом» (1919), «Сравнение величин предметов в нулевых группах школ» (1930), «Математика в нулевых группах» (1930)) изложены содержание, методы и приемы развития у детей первоначальных представлений о числах, величинах и их измерении, делении целого на равные части.

В методике обучения счету и развития числовых представлений Л. В. Глаголева рекомендовала опираться как на монографический, так и вычислительный методы обучения. Во всех пособиях, разработанных ею, прослеживается мысль о необходимости идти при обучении от числа к числу. Это дает возможность формировать понятие числа во всех отношениях к другим числам (монографический метод).

Л. В. Глаголева писала о том, что самое главное в методике — это подбор и правильное использование такого наглядного пособия, при помощи которого «восприятие данного числа получилось бы наиболее ярко». В приведенном ею примере точки, камешки, листики используются для иллюстрации любого числа. А такие предметы, как табуретка с четырьмя ножками, квадрат С четырьмя сторонами и четырьмя углами, кошка с четырьмя лапами, помогут ребенку воспринять образ числа 4, а не какого-либо другого.

Л. В. Глаголева пропагандировала разнообразие методов обучения. При этом большое значение имел каждый метод: лабораторный (практические действия с использованием наглядного материала), исследовательский (поиск детьми ситуаций применения знаний, аналогичных изучаемым), иллюстративный (закрепление знаний, умений в продуктивной деятельности), наглядный (демонстрация наглядных пособий). Игра рассматривалась ею как метод обучения на занятиях. Ценность игры Л. В. Глаголева видела в развитии интересов детей, активности, находчивости и сообразительности, приучения их к наблюдательности на основе развития памяти, разумной критики и осознания своих ошибок.

Л. В. Глаголева особое внимание уделяла разработке методики обучения детей сравнению величин путем сопоставления и с помощью меры и числа. Навыки в наблюдении над предметами считала основой сравнения. Предполагала, что сначала нужно учить детей видеть, рассматривать и сравнивать предметы в помещении, затем — на улице, в природе, а потом — на картинках. Рекомендовала упражнять детей в описании предмета, находящегося перед глазами, а затем — по памяти. Высказывалась против первичного использования картинок в сравнении величин, советовала первоначально пользоваться предметами.

Л. В. Глаголева разработала план построения занятий с детьми по сравнению величин, выделив в нем 4 момента: образ, опыт, проверка и фиксация. Образ формировался в ходе четкого и отчетливого восприятия величин. В процессе накопления опыта дети изучали данную величину путем лабораторно-исследовательского метода. Сравнивали предметы между собой разнообразно: при помощи зрения и осязания вместе, затем — порознь (зрением без осязания и наоборот). Проверка полученных детьми восприятий состояла в нахождении в окружающей обстановке и назывании нескольких предметов, где бы исследуемая величина имела место. Например, ребенок замечал, что одна электрическая лампочка висит выше, чем другие. Или ребенок называл предметы, про которые можно сказать, что некоторые из них — толще, а другие — тоньше. Фиксация величины осуществлялась в какой-либо результативной детской деятельности (рисование, аппликация) и являлась контролем за освоением детьми соответствующих способов познания.

Дальнейшая разработка вопросов методики развития математических представлений была предпринята педагогом и исследователем Ф. Н. Блехер (1895—1977). Основные мысли о содержании и методах обучения изложены ею в книге «Математика в детском саду и нулевой группе» (1934), которая стала первым учебным пособием и программой для высших и средних учебных заведений по математике для советского детского сада. Ею опубликовано большое количество методических пособий, «методических писем» (1930—1940 гг.), в которых периодически предлагались уточнения к программе развития у детей математических представлений, методика организации упражнений и игр, требования к индивидуальному и групповому обучению детей.

В программе обучения детей счету, разработанной Ф. Н. Блехер, использовались данные зарубежных психологов, собственных наблюдений о времени и сроках восприятия ребенком разных чисел. На основе этого предлагалось: научить детей 3—4-летнего возраста различать и выделять понятия *много* и *один*, числа 1, 2, 3 на основе восприятия соответствующих совокупностей и определения их словом — числительным. В 5—6 лет — считать в пределах 10. На основе счета сравнивать числа, пользоваться порядковым счетом. В 6—7 лет — знать состав чисел, цифры, практически составлять числа из меньших групп, производить действия сложения и вычитания, освоить второй десяток, научиться решать простые арифметические задачи, близкие по содержанию жизненному опыту детей.

Согласно содержанию обучения, разработанному Ф. Н. Блехер, дети осваивали пространственные и временные отношения, геометрические фигуры, пространственные направления, приемы сравнения предметов, способы оценки временной длительности.

Для реализации поставленных задач Ф. Н. Блехер рекомендовала использовать два пути: развивать у детей количественные представления в других видах деятельности и проводить специальные игры и занятия. По ее мнению, дети должны активно участвовать в практических жизненных ситуациях (например, выяснять, сколько кроваток потребуется только что купленным куклам; определять самостоятельно, путем подсчета по календарю, количество дней до праздника); выполнять поручения взрослых, требующие освоения математических представлений; в играх, на занятиях упражняться в образовании групп предметов; сравнивать; отсчитывать; действуя с наглядным материалом, составлять числа из меньших чисел; находить цифры, показывающие то или иное количество и т. д.

Ф. Н. Блехер считала, что развивать у детей количественные представления следует как на основе счета, так и в процессе восприятия групп предметов. Разработанная ею методика обучения во многом отражала идеи монографического метода: идти в обучении от числа к числу, строить обучение на целостном восприятии групп предметов, запоминать с детьми случаи состава чисел (в качестве подготовки к простейшим арифметическим действиям), использовать числовые фигуры и т. д.

Ф. Н. Блехер разработала не только содержание обучения детей, но и методы, преимущественно игровые. Созданная ею система дидактических игр по сей день используется в дошкольных учреждениях с целью развития математических представлений и умственных способностей детей. Как считала Ф. Н. Блехер,

хер, дидактические игры, хотя и являются одним из важных приемов обучения, все же не могут заменить другие его формы и методы.

На основе анализа теоретических и методических публикаций Ф. Н. Блехер можно заключить, что ею создана первая в нашей стране дидактическая система обучения математике в условиях дошкольных учреждений.

### **1.3. Научно обоснованная дидактическая система формирования элементарных математических представлений в 50—60-е гг. XX в. (третий этап развития методики)**

Вопросы развития количественных представлений у детей дошкольного возраста разрабатывались А. М. Леушиной (1898—1982) с 50-х гг. XX в. Благодаря ее работам методика развития у детей математических представлений получила теоретическое, научное и психолого-педагогическое обоснования, были раскрыты закономерности развития количественных представлений у детей в условиях целенаправленного обучения на занятиях в детском саду. Это стало возможным благодаря глубокому и тщательному анализу различных точек зрения, подходов и концепций формирования числовых представлений; учету достижений отечественной и зарубежной науки, практики общественного воспитания и обучения дошкольников в нашей стране.

Методическая концепция того времени основывалась на работах Е. И. Тихеевой, Л. В. Глаголевой, Ф. Н. Блехер. Суть ее заключалась в следующем: усвоение ребенком математических представлений осуществляется в процессе жизни и разнообразной деятельности. Играя, работая, дети сами черпают необходимые им для развития знания из окружающего мира. Педагог должен лишь создавать условия, пользоваться каждым удобным случаем для совершенствования количественных представлений у детей.

При таком подходе основное внимание уделялось разработке дидактического материала, играм и упражнениям как основному методу и средству работы с детьми.

А. М. Леушина разработала основы дидактической системы формирования элементарных математических представлений, создав программу, содержание, методы и приемы работы с детьми от 3 до 6 лет.

Теоретико-методическая концепция, разработанная А. М. Леушиной, заключается в следующем: от нерасчлененного восприятия множества предметов детей необходимо переводить к выявлению отдельных составляющих этого множества элементов путем попарного сопоставления их, что представляет дочисловой период обучения (усвоение отношений *столько же, поровну, больше, меньше* и др.). Обучение счету основывается на освоении детьми действий с множествами и базируется на сравнении двух множеств. Дети знакомятся с числом как характеристикой численности конкретной предметной группы (множества) в сопоставлении ее с другой. В дальнейшем сравнении чисел (на наглядной основе) ребенком усваиваются последовательность и отношения между ними, что приводит к сознательному освоению счета и использованию его в вычислениях, выполнению действий при решении простых арифметических задач. Элементарное представление о числе формируется у детей в ходе накопления ими опыта сравнения нескольких предметных групп по признаку количества, независимо от других признаков (качественных особенностей, расположения в пространстве). На этой основе строится освоение количественного и порядкового счета, определение состава чисел из единиц и двух меньших чисел.

В методике первоначального ознакомления детей с числами, счетом, арифметическими действиями, разработанной А. М. Леушиной, использованы положительные стороны метода изучения чисел (воспроизведение групп предметов, применение числовых фигур и счетных карточек, знакомство с составом чисел) и метода изучения действий (число как результат счета; образование чисел на основе сравнения двух совокупностей и практического установления между ними взаимнооднозначного соответствия; увеличение или уменьшение одного из них на единицу; освоение действий сложения и вычитания на основе сформированных представлений о числах натурального ряда и навыков счетной деятельности). Согласно методике, предложенной А. М. Леушиной, в процессе развития количественных представлений у детей следует особое внимание уделять накоплению ими чувственного опыта, созданию сенсорной основы счетной деятельности, последовательному обобщению детских представлений. Этим требованиям отвечает предложенная ею система практических упражнений с демонстрационным и раздаточным материалом.

Занятия рассматривались А. М. Леушиной в качестве основной, ведущей формы развития количественных представлений в детском саду. С их помощью возможно освоение детьми знаний повышенной трудности, достаточно обобщенных, лежащих в «зоне ближайшего развития». Самостоятельно приобрести их ребенок не в состоянии. «Попутное» усвоение их в игре или труде малоэффективно, т. к. главными в них являются цели, способы действия и результаты самой деятельности, а не формирование математических представлений.



Полноценное математическое развитие обеспечивает лишь организованная, целенаправленная деятельность на занятии, в ходе которой взрослый продуманно ставит перед детьми познавательные задачи, показывает адекватные пути и способы их решения. В процессе обучения на занятиях необходимо реализовывать основные программные требования, математические представления формировать в определенной системе. Представления и соответствующие им способы действия, сформированные на занятиях, должны обслуживать потребности разных видов детской деятельности, повышая ее продуктивность и результативность.

Вопрос о методах и средствах обучения должен решаться на основе и в тесной связи с содержанием и формами организации процесса развития количественных представлений у детей в детском саду. В содержании обучения основное внимание необходимо уделять формированию счетной и вычислительной деятельности, которые являются основой математического развития ребенка.

Разработанная А. М. Леушиной концепция формирования количественных представлений в 60—70-е гг. была существенно дополнена за счет научно-теоретической и методической разработки проблемы развития пространственно-временных представлений у дошкольников. Результаты научных исследований А. М. Леушиной отражены в ее докторской диссертации «Подготовка детей к усвоению арифметического материала в школе» (1956), многочисленных публикациях, учебных пособиях, таких как «Обучение счету в детском саду» (М., 1959, 1961), «Формирование элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста» (М., 1974) и др. Обложку одного из пособий вы видите на илл. 3.



Илл. 3

Воспитатели детских садов широко использовали разработанные А. М. Леушиной конспекты занятий: «Занятия по счету в детском саду» (М., 1963, 1965) и «Наглядные дидактические материалы» (1965).

В дальнейшем под руководством А. М. Леушиной (по результатам диссертационных исследований) были разработаны содержание и методы формирования у детей пространственных и временных представлений, обучения измерению объема, массы; вопросы умственного и всестороннего развития детей в процессе освоения ими элементарных математических знаний *Резюме по второму и третьему этапам становления методики*

<sup>†</sup> В 20—50-е гг. XX в. особых различий в подходах к отбору содержания, методов обучения и развития разными педагогами не наблюдалось (Е. И. Тихеева, Л. В. Глаголева, Ф. Н. Блехер). Предлагалось развивать способность ориентироваться в пространстве и времени, умения различать формы и величины, числа и действия над ними, представления о мерах и делении целого на части.

<sup>†</sup> Вопрос о средствах и методах обучения решали, исходя из возможностей ребенка и гуманистических принципов организации его познавательной деятельности (Е. И. Тихеева, Ф. Н. Блехер и др.). Повседневная жизнь детей, жизненные ситуации рассматривались как источник и средство развития в предметно-игровой среде. Игры-занятия, занятия как индивидуальные, так и в небольших группах — как средство умственного развития детей, овладения ими практическими действиями.

<sup>†</sup> Логика построения занятий (уроков) с детьми, предложенная Л. В. Глаголевой, изучавшей особенности организации обучения в подготовительных классах, широко применялась в 50—70-е гг. и оправдывала себя в условиях организации обучения детей в дошкольных учреждениях по типу школьного урока. В структуре занятия четко выделялась организация восприятия того, что подлежит изучению, оценка, называние, перенос восприятий и освоенных действий, самостоятельное решение детьми практических задач: нарисовать, начертить, сконструировать какой-либо предмет по теме занятия. ^Исследование А. М. Леушиной, направленное на изучение особенностей развития представлений о множестве, числе, величинах



у детей 2—7 лет, активизировало направление исследований в данной отрасли знаний, деятельность практических педагогов по разработке дидактического и педагогического аспектов: содержания, форм, методов и средств обучения.

#### *Литература*

1. Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста. Хрестоматия/Сост.: Михайлова З. А., Непомнящая Р. Л., Полякова М. Н.— М.: Центр педагогического образования, 2008.
2. Щербакова Е. И. Методика обучения математике в детском саду. — М.: Академия, 2000.

#### *Вопросы и задания для самоконтроля*

- © Имеют ли место существенные различия во взглядах Е. И. Тихеевой, Л. В. Глаголевой, Ф. Н. Блехер на содержание, результатом освоения которого является развитие у детей математических представлений?
- © Возможна ли в настоящее время самостоятельность ребенка как путь накопления им логико-математического опыта (в обосновании предложите 4—5 положений)?
- © Докажите принадлежность цитаты Ф. Н. Блехер: «...Создать обстановку, стимулирующую развитие ребенка, основываясь на тех данных, которые о ребенке имеются, — это необходимо, но в этой обстановке надо дать каждому развиваться свойственным ему темпом, присматриваясь и изучая при этом каждого ребенка, приходя вовремя на помощь, но и не вызывая слишком раннего психического развития». (Из учебного пособия «Математика в детском саду и нулевой группе» (М.: Учпедгиз, 1934, с. 48).)

### **1.4. Психолого-педагогические исследования 60—70-х гг. XX в. и передовой педагогический опыт в области теории и технологий математического развития детей**

Разработка психолого-педагогических вопросов методики развития математических представлений у детей дошкольного и младшего школьного возраста в 60—70-е гг. XX в. строилась на основе методологических позиций советской психологии и педагогики. Изучались закономерности становления представлений о числе, развития счетной и вычислительной деятельности. Обосновывалась необходимость начинать обучение детей с раннего возраста, с восприятия множества предметов, с последующим обучением счету, выделению отношений между числами. Разрабатывались дидактические материалы, пособия, игры.

Вопросы развития представлений о множестве предметов у детей, закономерности перехода от восприятия множеств к числу исследовались психологом И. А. Френкелем и математиком-методистом Л. А. Яблоковым. Ими обоснованы положения о необходимости развития у детей умения распознавать отдельные элементы множества с последующим переходом к обобщениям о зависимости восприятия множества от способа пространственного расположения его элементов; об усвоении детьми числительных; о ступенях овладения счетными операциями.

Н. А. Менчинская наиболее полно рассмотрела вопросы психологии обучения арифметике (проблема исследовалась ею с 1929 г.) и проследила процесс развития представления о числе в младшем возрасте (до начала школьного обучения). На большом экспериментальном материале рассмотрено соотношение восприятия множеств (групп предметов) и счета на различных этапах овладения числом, дан психологический анализ процесса решения детьми арифметических задач.

Н. Н. Лежовой разработаны содержание и приемы обучения детей счету на основе идей монографического метода (1953). Автор рекомендует обучать счету без сравнения множеств, путем добавления к имеющемуся количеству по одному (что трактуется как усвоение действий сложения и вычитания); «схватыванию» числа на глаз; составу чисел. Эти идеи сходны со взглядами Ф. Н. Блехер.

Исследования Г. С. Костюка, директора научно-исследовательского института психологии г. Киева, очень важны для понимания сущности математического развития детей раннего и младшего дошкольного возраста. Используя игровые экспериментальные методики, Г. С. Костюк изучил процесс становления у детей представления о числе в результате осознания ими количественных отношений. Он отметил, что процесс абстрагирования числа у ребенка происходит только в условиях речевого обобщения.

В методическом пособии Ф. А. Михайловой и Н. Г. Бакст «Занятия по счету в детском саду» (М., 1958) обобщен опыт детских садов по обучению счету на основе требований «Руководства для воспитателя детского сада». При разработке пособия были учтены исследования А. М. Леушиной. Раскрыты содержание и приемы обучения детей младшей группы детского сада счету до трех; методика ознакомления детей с образованием чисел, обучения счету в пределах десяти, сравнению, составу чисел, решению арифметических задач в средних и старших группах (5—7 лет).

## 1.5. Современное состояние теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста

Современное состояние теории и технологии развития математических представлений у детей дошкольного возраста сложилось в 80—90-е гг. XX вв. и первые годы нового столетия под влиянием развития идей обучения детей математике, а также реорганизации всей системы образования. Уже в 80-е гг. начали обсуждаться пути совершенствования как содержания, так и методов обучения детей дошкольного возраста математике. В качестве негативного момента отмечалась ориентировка на выработку у детей предметных действий, в основном связанных со счетом и простейшими вычислениями, без должного уровня их обобщенности. Такой подход не обеспечивал подготовку к усвоению математических понятий в дальнейшем обучении.

Специалисты выясняли возможности интенсификации и оптимизации обучения, способствующие общему и математическому развитию ребенка, отмечали необходимость повышения теоретического уровня осваиваемых детьми знаний. Это требовало реконструкции программы обучения, в том числе переосмысления системы представлений, последовательности их формирования. Начались интенсивные поиски путей обогащения содержания обучения. Решение этих сложных проблем осуществлялось по-разному.

Психологи в качестве основания для формирования начальных математических представлений и понятий предлагали различные предметные действия. П. Я. Гальперин разработал линию формирования начальных математических понятий и действий, построенную на введении мерки и определении единицы через отношение к мерке. Число при таком подходе воспринимается ребенком как результат измерения, как отношение измеряемой величины к избранной мерке. На основе этих и других исследований в программу обучения детей была включена тема «Освоение величин».

В исследовании В. В. Давыдова был раскрыт психологический механизм счета как умственной деятельности и намечены пути формирования понятия числа через освоение детьми действий уравнивания, комплектования и измерения. Генезис понятия числа рассматривался на основе кратного отношения любой величины (непрерывной и дискретной) к ее части.

В отличие от традиционной методики ознакомления с числом (число — результат счета) новым явился способ введения самого понятия: число как отношение измеряемой величины к единице измерения (условная мерка), т. е. число — результат измерения.

Анализ содержания обучения дошкольников с точки зрения новых задач привел исследователей к выводу о необходимости учить детей обобщенным способам решения познавательных задач, усвоению связей, зависимостей, отношений и логических операций (классификации и сериации). Для этого предлагались и своеобразные средства: модели, схематические рисунки и изображения, отражающие наиболее существенное в познаваемом содержании.

Математики-методисты (А. И. Маркушевич, Ж. Папи и др.) настаивали на значительном пересмотре содержания знаний для детей 6-летнего возраста, насыщении его некоторыми новыми представлениями, относящимися к множествам, комбинаторике, графам, вероятности и т. д.

Методику первоначального обучения А. И. Маркушевич рекомендовал строить, основываясь на положениях теории множеств. Он считал необходимым обучать дошкольников простейшим операциям с множествами (объединение, пересечение, дополнение), развивать у них количественные и пространственные представления.

Ж. Папи (бельгийский математик) разработал интересную методику формирования у детей представлений об отношениях, функциях, отображении, порядке и др. с использованием многоцветных графов.

Идеи простейшей предлогической подготовки дошкольников разрабатывались в Могилевском педагогическом институте под руководством А. А. Столяра. Методика введения детей в мир логико-математических представлений — свойства, отношения, множества, операции над множествами, логические операции (отрицание, конъюнкция, дизъюнкция) — осуществлялась с помощью специальной серии обучающих игр.

В педагогических исследованиях выяснялись возможности развития у детей представлений о величине, установления взаимосвязей между счетом и измерением; апробировались приемы обучения (Р. Л. Березина, Н. Г. Белоус, З. Е. Лебедева, Р. Л. Непомнящая, Е. В. Проскура, Л. А. Левинова, Т. В. Тарунтаева, Е. И. Щербакова).

Возможности формирования количественных представлений у детей раннего возраста и пути их совершенствования у детей дошкольного возраста изучены В.В.Даниловой, Л.И.Ермолаевой, Е. А. Тархановой.

Содержание и приемы освоения пространственно-временных отношений определены на основе исследований Т. А. Мусейбо-вой, К. В. Назаренко, Т. Д. Рихтерман и др.

Методы и приемы математического развития детей с помощью игры были разработаны З.А.Грачевой (Михайловой), Т. Н. Игнатовой, А. А. Смоленцевой, И. И. Щербининой и др.

Исследовались возможности использования наглядного моделирования в процессе обучения решению арифметических задач

(Н. И. Непомнящая), познания детьми количественных и функциональных зависимостей (Л. Н. Бондаренко, Р. Л. Непомнящая, А. И. Кириллова), способности дошкольников к наглядному моделированию при освоении пространственных отношений (Р. И. Говорова, О. М. Дьяченко, Т. В. Лаврентьева, Л. М. Хализева).

Комплексный подход в обучении, эффективные дидактические средства, обогащенное содержание и разнообразные приемы обучения нашли отражение в конспектах занятий по формированию математических представлений и методических рекомендациях по их использованию, разработанных Л. С. Метлиной.

Поиск путей совершенствования методики обучения математике детей дошкольного возраста осуществлялся и в других странах.

М. Фидлер (Польша), Э.Дум, Д. Альтхауз (Германия) особое значение придавали развитию представлений о числах в процессе практических действий с множествами предметов. Предлагаемые ими содержание и приемы обучения (целенаправленные игры и упражнения) помогали детям овладеть умениями классифицировать и упорядочивать предметы по различным признакам, в том числе и по количеству.

Р. Грин и В. Лаксон (США) в качестве основы развития понятия числа и арифметических действий рассматривали понимание детьми количественных отношений на конкретных множествах предметов. Авторы уделяли большое внимание познанию детьми принципа сохранения количества в процессе практических действий по преобразованию дискретных и непрерывных величин.

Содержание математического развития в материнских школах Франции было направлено на освоение детьми классификации, отношений сходства, формирование понятий пространства и времени (по материалам Т. Я. Миндлинной). Уделялось большое внимание счету. Причем, по мнению французских специалистов, дети до 4 лет должны были учиться считать без вмешательства взрослого. Играя с водой, песком и прочими веществами, малыши осваивали понятия о количестве и величине на сенсорном уровне.

Для детей старше 4 лет рекомендовались систематические упражнения, направленные на формирование представлений о числах.

Французские педагоги материнских школ считали, что способность к математике зависит от качества обучения. Ими была разработана система логических игр для детей разного возраста. В процессе игры у детей развивались способность к рассуждению, пониманию, самоконтролю, умение переносить усвоенное в новые ситуации. Дети 5—6 лет осваивали элементарные математические понятия, в том числе понятие множества, используя математический язык; учились точно и кратко выражать свои мысли, обнаруживать и исправлять ошибки, допущенные другим ребенком.

В начале 90-х гг. XX в. наметилось несколько основных научных направлений в теории и методике развития математических представлений у детей дошкольного возраста.

Согласно *первому* направлению, содержание обучения и развития, методы и приемы конструировались на основе идеи преимущественного развития у детей дошкольного возраста интеллектуально-творческих способностей (Ж. Пиаже, Д. Б. Эльконин, В. В. Давыдов, Н. Н. Поддьяков, А. А. Столяр и др.):

- наблюдательность, познавательные интересы;
- исследовательский подход к явлениям и объектам окружения (умения устанавливать связи, выявлять зависимости, делать выводы);
- умение сравнивать, классифицировать, обобщать;
- прогнозирование изменений в деятельности и результатах;
- ясное и точное выражение мысли;
- осуществление действия в виде «умственного эксперимента» (В. В. Давыдов и др.).

Предполагались активные методы и приемы обучения и развития детей, такие как моделирование, действия трансформации (перемещение, удаление и возвращение, комбинирование), игра и другие.

*Второе* положение базировалось на преимущественном развитии у детей сенсорных процессов и способностей (А. В. Запорожец, Л. А. Венгер, Н. Б. Венгер и др.):

- включение ребенка в активный процесс по выделению свойств объектов путем обследования, сравнения, результативного практического действия;

самостоятельное и осознанное использование сенсорных эталонов и эталонов мер в деятельности (использование моделирования («прочтения» моделей и действий моделирования).

При этом овладение перцептивными ориентировочными действиями, которые ведут к усвоению сенсорных эталонов, рассматривается как основа развития у детей сенсорных способностей.

Способность к наглядному моделированию выступает как одна из общих интеллектуальных способностей. Дети овладевают действиями с тремя видами моделей (модельных представлений): конкретными; обобщенными, отражающими обитую структуру класса объектов; условно-символическими, передающими скрытые от непосредственного восприятия связи и отношения.

*Третье* теоретическое положение, на котором базируется<sup>51</sup> математическое развитие детей дошкольного возраста, основано на идеях первоначального (до освоения чисел) овладения детьми способами практического сравнения величин через выделение в предметах общих признаков — массы, длины, ширины, высоты (П. Я. Гальперин, Л.С.Георгиев, В.В.Давыдов, Г. А. Корнеева, А. М. Леушина и др.). Эта деятельность обеспечивает освоение отношений равенства и неравенства путем сопоставления. Дети овладевают практическими способами выявления отношений по величине, для которых числа не требуются. Числа осваиваются вслед за упражнениями при сравнении величин путем измерения.

*Четвертое* теоретическое положение основывается на идее становления и развития определенного стиля мышления в процессе освоения детьми свойств и отношений (А. А. Столяр, Р. Ф. Соболевский, Т. М. Чеботаревская, Е. А. Носова и др.). Умственные действия со свойствами и отношениями рассматриваются как доступное и эффективное средство развития интеллектуально-творческих способностей. В процессе действий с множествами предметов, обладающих разнообразными свойствами (цветом, формой, размером, толщиной и пр.), дети упражняются в абстрагировании свойств и выполнении логических операций над свойствами тех или иных подмножеств. Специально сконструированные игры помогают детям понять точный смысл логических связок *и, или, если..., то*, смысл слов *не, все, некоторые*.

Теоретические основы современной методики развития математических представлений базируются на интеграции четырех основных положений, а также на классических и современных идеях математического развития детей дошкольного возраста.

#### **Математическое развитие дошкольников в условиях вариативности образовательной системы и реализации идей развивающего образования**

Математическое развитие детей в конкретном образовательном учреждении (детский сад, группы развития, группы дополнительного образования, прогимназия и т. д.) проектируется на основе концепции дошкольного учреждения, целей и задач развития детей, данных диагностики, прогнозируемых результатов. Концепцией определяется соотношение предметоматематического и пред-логического компонентов в содержании образования. От этого соотношения зависят прогнозируемые результаты: развитие интеллектуальных способностей детей, их логического, творческого или критического мышления; формирование представлений о числах, вычислительных или комбинаторных навыках, способах преобразования объектов и т. д.

Ориентировка в современных программах развития и воспитания детей в детском саду, изучение их дает основание для выбора методики. В современные программы («Развитие», «Радуга», «Детство», «Истоки» и др.), как правило, включается то логико-математическое содержание, освоение которого способствует развитию познавательно-творческих и интеллектуальных способностей детей.

Эти программы реализуются через деятельностные личностно-ориентированные развивающие технологии и исключают «дискретное» обучение, т. е. раздельное формирование знаний и умений с последующим закреплением (В. Оконь).

*Для современных программ математического развития детей характерно следующее.*

- Направленность осваиваемого детьми математического содержания на развитие их *познавательно-творческих способностей*

и в аспекте приобщения к человеческой культуре. Дети осваивают разнообразие геометрических форм, количественных, пространственно-временных отношений объектов окружающего их мира во взаимосвязи. Овладевают способами самостоятельного познания: сравнением, измерением, преобразованием, счетом и др. Это создает условия для их социализации, вхождения в мир человеческой культуры. Обучение детей строится на основе включения активных форм и методов и реализуется как на специально организованных занятиях (через развивающие и игровые ситуации), так и в самостоятельной и совместной деятельности со взрослыми (в играх, экспериментировании, игровых тренингах, упражнениях в рабочих тетрадях, учебно-игровых книгах и т. д.). Используются те технологии развития математических представлений у детей, которые реализуют воспитательную, развивающую направленность обучения и «прежде всего активность обучающегося» (В. А. Ситаров, 2002). Это технологии поисково-исследовательской деятельности и экспериментирования, познания и

оценки ребенком величин, множеств, пространства и времени на основе выделения отношений, зависимостей и закономерностей. В силу этого современные технологии определяются как *проблемно-игровые*. Развитие детей зависит от созданных педагогических условий и психологической комфортности, при которых обеспечивается единство познавательно-творческого и личностного развития ребенка. Необходимо стимулирование проявлений субъектно-сти ребенка (самостоятельности, инициативности, творческих начал, рефлексии) в играх, упражнениях, игровых обучающих ситуациях (В. И. Слободчиков). Важнейшее условие развития прежде всего заключается в организации обогащенной предметно-игровой среды (эффективные развивающие игры, учебно-игровые пособия и материалы) и положительном взаимодействии между взрослыми и воспитанниками.

Развитие и воспитание детей, их продвижение в познании математического содержания проектируется через освоение средств и способов познания.

Проектирование и конструирование процесса развития математических представлений осуществляется на диагностической основе. Стимулирование познавательного, деятельностно-практического и эмоционально-ценностного развития на математическом содержании способствует накоплению детьми логико-математического опыта (Л. М. Кларина). Этот опыт является основой для свободного включения ребенка в предметную, игровую, исследовательскую деятельность: самопознание, разрешение проблемных ситуаций; решение творческих задач и их реконструирование и т. д.

Достоянием субъектного опыта ребенка становятся ориентировка в свойствах и отношениях объектов, зависимостях; умение воспринимать одно и то же явление, действие с разных позиций. Когнитивное развитие ребенка становится более совершенным.

Под *математическим развитием дошкольников* следует понимать позитивные изменения в познавательной сфере личности, которые происходят в результате освоения математических представлений и связанных с ними логических операций.

*Предметом* учебной дисциплины «Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста» является направляемый взрослым процесс освоения ребенком математического содержания, способствующего его познавательному, личностному развитию при условии специальной организации и применения в обучении эффективных технологий развития и воспитания. Содержание, средства, методы, приемы обучения обусловлены основными закономерностями освоения детьми способов познания, простых логико-математических связей и зависимостей, преемственностью в развитии математических способностей детей дошкольного и младшего школьного возраста.

Современное состояние теории и методики развития математических представлений у детей дошкольного возраста сложилось под влиянием *следующих взглядов*

Авторы теории классической системы сенсорного воспитания;

Ф Фребель, М. Монтессори и др.

Создание среды, благоприятной для развития.

Внимание к интеллектуальному развитию ребенка.

Создание систем наглядных материалов.

Разработка приемов развития у детей количественных, геометрических и других представлений

Педагоги –методисты

Е. И.Тихоева, Л.В Глаголева Ф.Н . Блехер и др

Создание обстановки для успешного развития и воспитания детей.

Разработка игровых методов обучения и подходов к их реализации.

Конструирование содержания обучения в детском саду и подготовительных классах (в виде уроков).

Психологи 80-90-х гг. XX в.

П.ЯГ альперин В.В. , Давыдов Н. И. Непомнящая'и др.

Выяснение возможностей интенсификации и оптимизации обучения детей.

Освоение начальных математических представлений через предметные действия уравнивания и измерения.

Наглядное моделирование в процессе решения арифметических задач.

Обогащение содержания обучения и развития (связи и зависимости, логические операции и т.д.).

## Ученый-исследователь

**А. М. Леушина (исследования 1956 г.)**

**Теоретическое обоснование до-числового периода обучения детей и периода развития числовых представлений.**

**Методика развития количественных и числовых представлений у детей.**

**Обучение на занятиях — основной путь освоения содержания. Деление материалов на демонстрационные и раздаточные.**

**Целенаправленное формирование элементарных математических представлений у детей**

**Авторы концепции дошкольного воспитания: В. В. Давыдов, В. А. Петровский и др.**

**-Реализация идей личностно-ориентированного подхода к развитию и воспитанию детей**

**-Организация совместной с ребенком деятельности развивающей направленности, самостоятельной и организованной в специально созданной предметно-игровой среде.**

**-Активизация детской деятельности: использование проблемных ситуаций, элементов РТВ (развитие творческого воображения), моделирования и других путей развития мыслительной деятельности детей**

Концепция содержания непрерывного образования (дошкольное и начальное звено, 2000)

-Содержание математических представлений отнесено к познавательнo-речевому направлению в развитии ребенка-дошкольника.

Недопустимость изучения в детском саду элементов программы первого класса и «формирования у детей узкопредметных знаний и умений».

-Основы математического развития состоят в обучении умению выделять признаки, сравнивать и упорядочивать, сосчитывать и присчитывать, ориентироваться в пространстве и во времени.

### *Резюме по первой главе*

История развития учебной дисциплины «Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста» прошла несколько этапов развития.

Для эмпирического этапа характерно появление идей о необходимости целенаправленного развития математических представлений у детей до обучения их в школе и реализация отдельных идей на практике.

*W* Практический этап становления учебной дисциплины: структурирование учебного содержания, разработка методов и приемов развития математических представлений, требований к условиям успешного освоения содержания.

<sup>1</sup>Жо Этап научного обоснования разных аспектов теории и методики: отбор содержания на основе экспериментов, осуществленный психологами (В. В. Давыдов, П. Я. Гальперин и др.) и педагогами (А. М. Леушина и др.); обоснование методов и приемов обучения и развития детей.

цр Ведущим методом развития математических представлений у детей в 20—50-е гг. прошлого столетия являлась игра.

Современный этап развития учебной дисциплины представлен разнообразием актуальных подходов к математическому развитию дошкольников и отличается гуманистической направленностью развития и воспитания детей. В настоящее время имеет место тенденция к расширению содержания предматематической подготовки детей за счет включения логического, экологического и других

компонентов. ^ Некоторые из современных психолого-педагогических основ теории и методики математического развития детей (положения, взгляды, системы) являются ретроинновациями по отношению к воззрениям (научным и практическим) 20—70-х гг. прошлого столетия.

#### Литература

1. Давыдов В. В. Последние выступления. — М.: ПЦ «Эксперимент», 1998. Главы «Деятельность ребенка должна быть желанной и радостной», «Учебная деятельность и развивающее обучение».
2. Кавтарадзе Д. Н. Обучение и игра. Введение в активные методы обучения. — М.: Флинта, 1998.
3. Смолякова О. К., Смолякова Н. В. Математика для дошкольников. В помощь родителям при подготовке детей 3—6 лет к школе. — М.: Издат-школа, 2002. (Вступление.)
4. Тамберг Ю. Г. Как научить ребенка думать: Учебное пособие для родителей, воспитателей, учителей. — СПб.: Михаил Сизов, 1999.
5. Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста. Хрестоматия / Сост.: З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая, М. Н. Полякова. — М.: Центр педагогического образования, 2008.

#### Вопросы и задания для самоконтроля

- © Сформулируйте обоснование к высказыванию мудреца: «Настоящее в прошлом, будущее — в настоящем».
- © На основе экспериментального исследования книга под ред. Н. И. Чуприковой «Познавательная активность в системе процессов памяти» (М., 1989) авторы высказываются в защиту «лучшего сохранения в долговременной памяти результатов произвольного запоминания, основанного на активной мыслительной деятельности, по сравнению с „чистым“ произвольным, а также с совмещенным и смешанным запоминанием». Выберите из текста первой главы положения, подтверждающие или опровергающие эту мысль. Объясните смысл высказывания русского писателя и педагога Л. Н. Толстого: «Чем легче учителю учить, тем труднее ученику учиться». Как связана эта мысль с методикой математического развития детей ?

## Глава 2. Теоретические основы развития математических представлений у дошкольников

Теоретические основы развития математических представлений у дошкольников и учеников начальной школы получили сравнительно недавно (примерно 20 лет назад) специальное название — «предматематика» (англ. *premathematics*).

Традиционно в качестве теоретических основ обучения принимали соответствующие математические теории в их завершённом виде. Однако дедуктивно построенная математическая теория в ее абстрактном виде не может служить основой для дошкольного и начального школьного обучения математике.

Предматематику не следует принимать за «детскую математику». На предматематическом уровне изучаются некоторые понятия и темы школьного курса математики в средних и старших классах школы. Этот уровень часто используется и в научно-популярной литературе. Что же касается развития математических представлений у дошкольников и обучения математике в начальных классах школы, то они полностью находятся на предматематическом уровне, отражают соответствующую стадию развития математических знаний. Поэтому цели и результаты этого обучения правомерно называть «предматематической» подготовкой дошкольников и младших школьников, т. е. их подготовкой к изучению математики.

Основная цель теоретических основ развития математических представлений — математическое описание и уточнение смысла всего того, что практикуется на занятиях с дошкольниками, разъяснение тех понятий, о которых у детей формируют соответствующие представления. Этой цели и подчинено изложение теоретических основ. Мы не будем строить здесь какие-нибудь строгие математические теории. Все изложение ведется на предматематическом уровне. Для иллюстрации различных понятий, фактов или конструкций мы будем пользоваться примерами и играми, моделирующими эти понятия или конструкции, и соответствующим дидактическим материалом. Таким образом, теоретические основы излагаются в непосредственной связи с элементарными математическими представлениями, формируемыми у дошкольников в процессе их обучения в детском саду. Особенностью этого изложения является выявление логической структуры мышления, развиваемой одновременно с математическими представлениями. Это дает возможность педагогу повысить развивающий эффект при формировании у школьников математических представлений.

Используемая при изложении теоретических основ специальная логическая и математическая терминология и символика не предназначена, разумеется, для обучения дошкольников.

## 2.1. Множества

### Характеристическое свойство множества

Всякое свойство можно рассматривать как принадлежность некоторым предметам.

Например, свойством *быть красным* обладают некоторые цветы, ягоды, автомашины и другие предметы. Свойством *быть круглым* обладают луна, мяч, колеса велосипедов и автомашин, детали различных машин и станков и др.

Таким образом, с каждым свойством связывается множество (предметов), обладающих этим свойством. Говорят также, что множество характеризуется данным свойством — или множество задано указанием характеристического свойства.

Под *характеристическим свойством множества* понимают такое свойство, которым обладают все предметы, принадлежащие этому множеству (элементы этого множества), и не обладает ни один предмет, не принадлежащий ему (не являющийся его элементом).

Иногда свойство отождествляется с множеством предметов, характеризуемым этим свойством. Говоря *круглое*, мы одновременно мыслим о множестве всех круглых предметов.

Если некоторое множество  $A$  задано указанием характеристического свойства  $P$ , то это записывается следующим образом:

$$A = \{x \mid P(x)\}$$

и читается так: « $A$  — множество всех  $x$  таких, что  $x$  обладает свойством  $P$ », или, короче, « $A$  — множество всех  $x$ , обладающих свойством  $P$ ». Когда говорят: «множество всех предметов, обладающих свойством  $P$ », имеются в виду те и только те предметы, которые обладают этим свойством.

Естественно, что некоторым свойством может обладать бесконечное множество предметов, другим — лишь конечное множество. Поэтому множества подразделяются на *конечные* и *бесконечные*.

Конечное множество может быть задано непосредственным перечислением всех его элементов в произвольном порядке. Например, множество детей данной группы, живущих на Садовой улице, может быть задано описанием с помощью характеристического свойства:

$\{x \mid x \text{ — живет на Садовой улице}\}$  или же перечислением всех его элементов в произвольном порядке:  $\{\text{Лена, Саша, Витя, Ира, Коля}\}$ .

Вполне понятно, что бесконечное множество нельзя задать перечислением всех его элементов.

Математика в большей мере имеет дело с бесконечными множествами (числа, точки, фигуры и другие объекты), но основные математические идеи и логические структуры могут быть смоделированы на конечных множествах.

Естественно, что в предметно-математической подготовке обычно имеют дело с конечными множествами.

Элементами таких множеств могут быть самые разнообразные предметы любой природы, как конкретные (растения, животные, предметы обихода и т. д.), так и абстрактные (числа, геометрические фигуры, отношения и т. д.), или изображения таких объектов. Чаще всего мы будем пользоваться множествами, элементами которых являются знакомые детям предметы или их изображения. При этом изображение птички так и будем называть птичкой, изображение дерева — деревом и т. п.

### Универсальное множество. Дидактический материал

Обычно предметы, обладающие определенным свойством, выделяются из некоторого наперед заданного *основного*, или *универсального*, множества предметов (множества всех предметов, рассматриваемых в связи с данным свойством).

Например, множество детей, живущих на какой-либо улице, мы выделили из множества всех детей определенной (конкретной, известной нам) группы как ее часть (подмножество), характеризуемую указанным свойством. В данном случае множество всех детей этой группы играет роль универсального множества (множества всех детей). Если в качестве универсального множества принять множество всех детей данного детского сада (а не только одной группы), то множество детей, живущих на указанной улице, может оказаться иным.

Все вопросы, связанные с множествами (операции над множествами, отношения между ними, разбиение множества на классы и др.), решаются, как правило, внутри некоторого явно заданного или подразумеваемого универсального множества.

Удобно иллюстрировать понятия, связанные с множествами предметов, на одном универсальном множестве специального дидактического материала, который может быть эффективно использован в обучении дошкольников, — логические блоки'.



Эти блоки названы *логическими*, потому что они позволяют моделировать разнообразные логические структуры и решать логические задачи с помощью специально создаваемых конкретных ситуаций, т. е. могут быть использованы, как это будет показано дальше, для ранней логической пропедевтики детей 4—6 лет.

Комплект (универсальное множество) состоит из 48 деревянных или пластмассовых блоков. Каждый блок обладает четырьмя свойствами, т. е. является носителем четырех свойств, которыми он полностью определяется: формой, цветом, величиной и толщиной.

Имеются четыре формы: круг, квадрат, треугольник и прямоугольник (под прямоугольником имеется в виду разносторонний прямоугольник; на этом предматематическом уровне дети не считают квадрат

прямоугольником); три цвета: красный, синий, желтый; две величины: большой и малый — и две толщины: толстый и тонкий. Это так называемый «пространственный вариант» дидактического материала.

Широкие возможности для применения в обучении дошкольников имеет и «плоский вариант» блоков, который для краткости назовем «фигурь». Такой комплект (универсальное множество) состоит из 24 фигур, изображенных на листе плотной бумаги. Каждая из этих фигур полностью определяется тремя свойствами: формой (круг, квадрат, треугольник, прямоугольник); цветом: красный, синий, желтый (к, с, ж); величиной: большой, маленький (б, м). Толщиной фигуры не различаются (она у всех одна и та же). Таким образом, *имя* каждой фигуры состоит из тройки букв-названий (формы, цвета, величины) и может быть символически записано так:  $\square$  жб — *квадратная желтая большая фигура* (в дальнейшем можно назвать короче — *желтый большой квадрат*); СИ см — *прямоугольная синяя малая фигура* (или *синий малый прямоугольник*) и т. п.

Прежде чем пользоваться блоками (или фигурами) для проведения различных игр и решения разного рода задач, необходимо научиться распознавать каждый элемент универсального множества, состоящего из блоков (или фигур), т. е. уметь называть его полное имя.

### **Подмножество. Дополнение множества и отрицание предложения**

Рассмотрим теперь некоторое свойство, которым могут обладать или не обладать элементы нашего универсального множества.

Свойство *быть красным* выделяет из универсального множества *подмножество* красных блоков или фигур. Свойство *быть круглым* выделяет из этого множества другое подмножество — круглых блоков (или фигур).

Термин *подмножество* применяется в математике в смысле *часть множества*. При этом, однако, не исключаются два крайних случая: когда часть множества (подмножество) совпадает со всем множеством, т. е. все элементы множества обладают рассматриваемым свойством, и когда эта часть не содержит ни одного элемента, например ни один блок не обладает свойством *быть зеленым*. В последнем случае эту часть называют *пустым множеством* и обозначают символом  $\emptyset$ .

Эти крайние случаи тоже можно смоделировать конкретными ситуациями, создаваемыми с помощью блоков (или фигур).

Если, например, рассматривая только красные блоки (теперь множество красных блоков является универсальным), мы предлагаем выделить из них те, которые являются красными, то выделенное подмножество совпадает со всем рассматриваемым множеством. Если же предлагается из этих блоков отделить (переложить в другой ящик) все те, которые являются синими, то этот ящик останется пустым, т. е. фактически в множестве красных блоков будет выделено «пустое множество» блоков.

Пусть множество  $M$  — некоторое универсальное множество, множество  $A$  — некоторое подмножество множества  $M$ . Символически это обозначается « $A \subset M$ ». Говорят также, что множество  $A$  *включается* в  $M$ . Это означает, что все элементы множества  $A$  являются также элементами множества  $M$ . Выделение подмножества с помощью некоторого свойства может быть смоделировано с помощью игры с одним обручем. Опишем эту игру.

На полу (или на столе) располагают обруч (такой, который используется в художественной гимнастике, или поменьше). У каждого ребенка в руке — один блок. Дети по очереди располагают блоки в соответствии с заданием воспитателя, например внутри обруча — все красные, а вне обруча — все остальные (илл. 4).



Илл. 4

Эта задача, как правило, не вызывает затруднений у детей, уже различающих блоки по цвету и понимающих, что значит *внутри* и *вне* обруча. После решения задачи предлагаются два вопроса: «Какие блоки лежат внутри обруча?» и «Какие блоки лежат вне обруча?» Первый вопрос несложен для детей, так как ответ содержится в условии уже решенной задачи. Второй вопрос на первых порах вызывает затруднения, так как в условии задачи говорится «все остальные», здесь же спрашивается «Какие?» Ответ, который мы хотим получить («Вне обруча лежат все не красные блоки»), появляется не сразу. Такой ответ, как «Вне обруча лежат все желтые и все синие блоки», по существу правильный. Но мы хотим выразить свойство блоков, оказавшихся вне обруча, как *отрицание* свойства тех, которые лежат внутри. Можно предложить детям назвать свойство всех блоков, лежащих вне обруча, с помощью одного слова, используя при этом слово «красные». Некоторые дети догадываются, и в дальнейшем, при проведении этой игры в различных вариантах, эти трудности уже не возникают.

В ходе этой игры отрабатывается переход от выражения некоторого свойства к выражению отрицания этого свойства:

|                      |                            |
|----------------------|----------------------------|
| <i>внутри обруча</i> | <i>вне обруча</i>          |
| <i>красные</i>       | <i>не красные</i>          |
| <i>квадратные</i>    | <i>не квадратные</i>       |
| <i>большие</i>       | <i>не большие {малые}</i>  |
| <i>толстые</i>       | <i>не толстые {тонкие}</i> |
| <i>не круглые</i>    | <i>круглые</i>             |
| <i>не желтые</i>     | <i>желтые</i>              |
| и т. п.              |                            |

Какова же цель применения таких дидактических игр? В дальнейшем будет показано, что такого рода дидактические материалы предшествуют формированию одного из важнейших общеобразовательных умений — умения классифицировать объекты.

Отвлечемся теперь от описанной конкретной игры и рассмотрим илл. 4 как изображение некоторого множества  $M$  (с помощью множества точек внутри прямоугольника) и некоторого подмножества  $A$  (с помощью множества точек круга), выделенного из  $M$  некоторым свойством  $P$ . Оставшиеся элементы  $M$ , т. е. те, которые не принадлежат  $A$ , не обладают свойством  $P$ . Множество всех этих элементов (тоже подмножество  $M$ ) называется *дополнением* множества  $A$  (до универсального множества  $M$ ) и обозначается через  $\bar{A}$  ( $A$  с чертой). Если множество  $A$  характеризуется свойством

$P$ , то его дополнение  $\bar{A}$  характеризуется свойством *не  $P$*  (если элементы  $A$  красные, то элементы  $\bar{A}$  не красные).

Таким образом, множество  $\bar{A}$  представляет собой множество всех  $x$  из  $M$ , не обладающих свойством  $P$ . Образование дополнения  $\bar{A}$  приводит к образованию отрицания предложения, выражающего характеристическое свойство множества  $A$ .

Отрицание некоторого предложения  $P$  конструируется на русском языке с помощью слов *неверно*, *что*, поставленных перед отрицаемым предложением, или, если  $P$  — простое предложение, использованием частицы *не* перед сказуемым.

### Пересечение множеств и конъюнкция предложений

Опишем игру с двумя обручами.

Размещают на плоскости два разноцветных обруча (допустим, красный и черный) так, чтобы они пересеклись (имели общую часть), и предлагают детям расположить блоки так, чтобы внутри красного обруча оказались, например, все красные блоки, а внутри черного — все круглые (илл. 5).

, все красные блоки, а внутри черного — все круглые (илл. 5).



Вначале некоторые дети допускают ошибки. Начиная заполнять красный обруч красными блоками, они могут расположить все эти блоки, в том числе и круглые красные, вне черного обруча. Затем все остальные круглые блоки располагают внутри черного, но вне красного обруча. В результате общая часть двух обручей может оказаться пустой.

Некоторые дети после постановки вопроса «Все круглые блоки внутри черного обруча?» замечают допущенную ошибку и перекладывают круглые красные блоки в общую часть двух обручей, объясняя, почему они должны лежать именно там (внутри красного обруча — потому что красные, внутри черного — потому что круглые).

После выполнения практической задачи по расположению блоков дети отвечают на четыре стандартных для всех вариантов игры с двумя обручами вопроса. Какие блоки лежат: 1) внутри обоих обручей; 2) внутри красного, но вне черного обруча; 3) внутри черного, но вне красного обруча; 4) вне обоих обручей. Следует подчеркнуть, что блоки надо называть здесь с помощью двух свойств — формы и цвета.

Отвлечемся теперь от описанной игры и рассмотрим ситуацию, изображенную на илл. 5, в общем виде<sup>1</sup>.

Общая часть множеств  $A$  и  $B$  (илл. 5, область (1)) представляет собой подмножество всех элементов из  $M$ , принадлежащих как  $A$ , так и  $B$ , т. е. обладающих обоими свойствами  $P$  и  $Q$ . Это множество называется пересечением множеств  $A$  и  $B$  и обозначается через  $A \cap B$ .

Итак, *пересечением*  $A \cap B$  двух множеств  $A$  и  $B$  называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат и множеству  $A$ , и множеству  $B$ , т. е. их общая часть.

Если характеристические свойства множеств  $A$  и  $B$  выражаются с помощью предложений  $P$  и  $Q$  соответственно, то характеристическое свойство пересечения  $A \cap B$  выражается предложением « $P$  и  $Q$ », составленным из предложений  $P$  и  $Q$  с помощью союза  $\text{и}$ . Это предложение называется *конъюнкцией* предложений  $P$  и  $Q$  (от лат. *conjunctio* — союз, связь).

Зависимость истинностного значения конъюнкции от истинностных значений составляющих предложений определяется обычным смыслом союза  $\text{и}$ : конъюнкция « $P$  и  $Q$ » истинна тогда и только тогда, когда истинны оба составляющих ее предложения  $P$  и  $Q$ . Это можно записать в виде следующей истинностной таблицы, дающей истинностные значения конъюнкции при любых возможных комбинациях

<sup>1</sup> Изображение множеств с помощью кругов было предложено выдающимся математиком Леонардом Эйлером (1707—1783). Поэтому такие круговые диаграммы называют кругами Эйлера, иногда диаграммами Эйлера—Венна.

истинностных значений составляющих (см. табл. 1).

Таблица 1. Истинностные значения конъюнкции

| P | Q | $P \text{ и } Q$ |
|---|---|------------------|
| И | и | И                |
| и | д | Л                |
| л | И | л                |
| л | л | л                |

В логике конъюнкция обозначается знаком « $\wedge$ », т. е. вместо « $P$  и  $Q$ » пишут « $P \wedge Q$ ».

### Объединение множеств и дизъюнкция предложений

Обратимся еще раз к игре с двумя обручами, изображенной на илл. 5. Поставим еще один вопрос: «Какое множество блоков оказалось внутри хотя бы одного из двух обручей: красного или черного?» Этот

вопрос сложный, так как характеристическое свойство этого множества требует применения союза *или* в неразделительном (соединительном) смысле, что вызывает затруднения не только у дошкольников.

Правильный ответ на поставленный вопрос может быть сформулирован следующим образом. Внутри хотя бы одного из двух обручей находится множество блоков, каждый из которых красный *или* круглый. Это множество состоит из всех красных не круглых, красных круглых и не красных круглых блоков (изображенных соответственно областями (2), (1), (3) в диаграмме (илл. 5).

В общем виде можно сформулировать так. Если множество  $A$  характеризуется свойством  $P$ , множество  $B$  — свойством  $Q$ , то множество, состоящее из всех предметов, являющихся элементами хотя бы одного из этих двух множеств, характеризуется свойством  $P$  *или*  $Q$ .

Это множество называется объединением множеств  $A$  и  $B$  и обозначается « $ЛиВ$ ».

Итак, *объединением*  $ЛиВ$  *двух множеств*  $A$  и  $B$  называется множество, состоящее из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат множеству  $A$  или множеству  $B$ .

Союз *или* понимается здесь в неразделительном смысле, т. е. каждый элемент объединения  $A \cup B$  должен принадлежать хотя бы одному из множеств  $A$ ,  $B$ , т. е. или  $A$ , или  $B$ , или обоим множествам  $A$  и  $B$ .

Таким образом, если характеристические свойства множеств  $A$  и  $B$  выражаются с помощью предложений  $P$  и  $Q$  соответственно, то характеристическое свойство объединения  $A \cup B$  выражается предложением « $P$  *или*  $Q$ », составленным из предложений  $P$  и  $Q$  с помощью союза *или*, понимаемого в неразделительном смысле. Это предложение называется *дизъюнкцией* предложений  $P$  и  $Q$  (от лат. *disjunctio* — разобщение, различие).

В обыденной речи союз *или* применяется в двух различных смыслах: неразделительном (соединительном), когда составное предложение, образованное с помощью этого слова, считается истинным в случае, если истинно хотя бы одно из составляющих предложений; в разделительном, когда составное предложение считается истинным в случае, если истинно только одно из составляющих предложений, в этом случае иногда говорят *или.., или, либо.., либо*.

### Разбиение множества на классы

Разбиение множества на классы лежит в основе классифицирующей деятельности.

Обратимся еще раз к диаграмме, изображенной на илл. 4. Здесь мы имеем множество  $M$  и два его подмножества  $A$  и  $\sim A$ , удовлетворяющие следующим условиям:

- 1) каждое из множеств  $A$  и  $\sim A$  непустое, т. е.  $A \neq \emptyset$  и  $\sim A \neq \emptyset$ ;
- 2) они не пересекаются, т. е.  $A \cap \sim A = \emptyset$ ;
- 3) их объединение образует множество  $M$ , т. е.  $A \cup \sim A = M$ . Условия (1)—(3) определяют разбиение множества  $M$  на два

класса ( $A$  и  $\sim A$ ).

Рассмотрим теперь диаграмму на илл. 5.

Здесь мы имеем множество  $M$  и четыре подмножества:  $A_1 \cap B$ ,  $A_2 \cap B$ ,  $\sim A \cap B$ ,  $\sim A \cap \sim B$ . Обозначим их соответственно через  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ .

Нетрудно заметить, что выполняются условия, аналогичные предыдущим:

- 1) каждое из множеств  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$  непусто, т. е.  $A_i \neq \emptyset$ , где  $i=1, 2, 3, 4$ ;
- 2) эти множества попарно не пересекаются, т. е.  $K_i \cap K_j = \emptyset$ , где  $i$  и  $j = 1, 2, 3, 4$ ;
- 3) их объединение образует множество  $M$ , т. е.  $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = M$ .

Объединение  $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$  состоит из всех тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из этих множеств  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $A_3$ ,  $A_4$ .

В этом случае условия (1)—(3) определяют *разбиение* множества  $M$  на четыре класса.

Рассмотрим теперь игру с тремя обручами.

Пусть три разноцветных (например, красный, черный и синий) обруча расположены так, как показано на илл. 6.



Илл. 6

После того как образовавшиеся области (1)—(8) соответствующим образом названы (внутри всех трех обручей, внутри красного и черного, но вне синего и т. д.), решается более сложная, чем в игре с двумя обручами, задача классификации блоков (или фигур) по трем свойствам. Предлагается расположить блоки, например, так, чтобы внутри красного обруча оказались все красные блоки, внутри черного — все квадратные, а внутри синего — все большие. После выполнения задачи расположения блоков ставятся восемь стандартных для любого варианта игры с тремя обручами вопросов. Какие блоки лежат: 1) внутри всех трех обручей; 2) внутри красного и черного, но вне синего обруча; 3) внутри черного и синего, но вне красного обруча; 4) внутри красного и синего, но вне черного обруча; 5) внутри красного, но вне черного и вне синего обруча; 6) внутри черного, но вне синего и вне красного обруча; 7) внутри синего, но вне красного и вне черного обруча; 8) вне всех трех обручей?

Как видно на илл. 6, в игре с тремя обручами моделируется разбиение множества на восемь классов:  
 $M \setminus \{ m \} = A \cap B \cap C; K_2 = A \cap B \cap \bar{C}; K_3 = A \cap \bar{B} \cap C; K_4 = \bar{A} \cap B \cap C; K_5 = A \cap B \cap \bar{C}; K_6 = A \cap \bar{B} \cap \bar{C}; K_7 = \bar{A} \cap B \cap \bar{C}; K_8 = \bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}.$

И здесь также выполняются условия (1)—(3).

Теперь можно ответить в самом общем виде на вопрос: что такое разбиение множества на классы?

Система множеств  $K_1, K_2, \dots, K_n$ , называется **разбиением множества  $M$**  на классы, а сами эти множества — **классами разбиения**, если выполняются следующие условия:

- 1) каждое из множеств  $K_1, K_2, \dots, K_n$ , непустое, т. е.  $K_i \neq \emptyset$ , где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$ ;
- 2) эти множества попарно не пересекаются, т. е.  $K_i \cap K_j = \emptyset$  для всяких  $i \neq j$  и  $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ ;
- 3) их объединение образует множество  $M$ , т. е.  $K_1 \cup K_2 \cup \dots \cup K_n = M$ .

Если хотя бы одно из условий (1)—(3) не выполняется, то система множеств  $K_1, K_2, \dots, K_n$ , не является разбиением множества  $M$  на классы. Например, система множества остроугольных, прямоугольных и двупрямоугольных треугольников не образует разбиение множества всех треугольников, так как множество двупрямоугольных треугольников, содержащих по два прямых угла, пусто, т.е. не выполняется условие (1). Система множеств остроугольных, прямоугольных и равнобедренных треугольников не образует разбиение множества всех треугольников, так как не выполняется условие (2) — множества прямоугольных и равнобедренных треугольников пересекаются (существуют прямоугольные равнобедренные треугольники). Система множества остроугольных и прямоугольных треугольников не образует разбиения множества треугольников, так как не выполняется условие (3) — объединение множеств остроугольных и прямоугольных треугольников не образует множество всех треугольников.

### Отношения между двумя множествами

С целью уточнения вернемся к вопросу об отношении включения одного множества в другое.

Вообще говоря, в математике различаются два вида включения: в широком смысле (нестрогое включение) и в узком смысле (строгое включение). Первое обозначается знаком  $\subset$ . Запись « $A \subset B$ » означает, что все элементы  $A$  принадлежат  $B$ . При этом возможны два случая:

- 1) все элементы  $B$  принадлежат  $A$ , т. е.  $A \subset B$  и  $B \subset A$ . В этом случае множества  $A$  и  $B$  состоят из одних и тех же элементов и называются **равными**, что обозначается так: « $A=B$ ». Например, если  $A$  — множество всех больших блоков, а  $B$  — множество всех блоков, которые не являются малыми, то  $A=B$ . Как видно, равные множества по существу совпадают (при задании их перечислением элементов они могут отличаться лишь порядком перечисления, который несуществен);

2) не все элементы  $B$  принадлежат  $A$ , т. е.  $A \subset B$ , но  $B \subset A$ . В таком случае говорят также, что  $A$  *строго включается в  $B$*  — или  $A$  является *собственной* (или *правильной*) частью  $B$ . Это отношение в математической литературе обычно обозначается символом « $\subset$ »  $\{A \subset B\}$ .

В предметно-математической подготовке дошкольников встречается лишь строгое включение, собственная часть множества.

В играх с обручами моделируются и другие отношения, в которых могут находиться два множества. Так, например, множества красных ( $A$ ) и не красных ( $\bar{A}$ ) блоков не имеют ни одного общего элемента, т. е. их пересечение пусто ( $A \cap \bar{A} = \emptyset$ ). Такие два множества, как мы уже знаем, называются *непересекающимися* (в литературе встречается и термин «дизъюнктные» множества). Множества красных ( $A$ ) и квадратных ( $B$ ) блоков имеют общие элементы (красные квадраты), т. е. их пересечение непусто ( $A \cap B \neq \emptyset$ ), причем ни одно из этих множеств не включается в другое, т. е. не является подмножеством другого. Такие два множества называются *пересекающимися*.

Выявление правильных отношений между множествами окружающих нас предметов — составная часть формирования и развития представлений дошкольников об окружающем мире. Выработка у дошкольников простейших представлений классификации окружающих предметов является основой для формирования в дальнейшем математического мышления, связанного с моделированием и исследованием различных математических конструкций, способствует повышению алгоритмической культуры учащихся.

## 2.2. Отношения

### Бинарные отношения

Под *бинарным отношением* понимают отношение между двумя предметами. Дальше, говоря «отношение», мы будем иметь в виду именно бинарное отношение. Выясним, что интуитивно понимают под отношением и как это понятие можно описать математически.

Из курса школьной математики известны многочисленные примеры отношений:

- между числами: *равно, не равно, меньше, больше, не меньше, не больше, делит, делится на;*
- между точками прямой: *предшествует, следует за;*
- между прямыми: *параллельны, пересекаются, перпендикулярны, скрещиваются;*
- между прямой и плоскостью: *параллельны, пересекаются, перпендикулярны;*
- между плоскостями: *параллельны, пересекаются, перпендикулярны;*
- между геометрическими фигурами: *равно, подобно* и др.

Это, разумеется, далеко не полный перечень встречающихся в школьной математике отношений.

Примеры бинарных отношений встречаются не только в математике, но и всюду в жизни, вокруг нас. Родственные и другие отношения между людьми (*быть отцом, дедушкой, матерью, бабушкой, братом, сестрой, другом, ровесником; старше, моложе, выше, ниже* и др.) выступают как бинарные отношения. Отношения между событиями во времени (*раньше, позже, одновременно*), между предметами по их расположению в пространстве (*выше, ниже, левее, правее, севернее, южнее* и др.) также выступают как бинарные отношения.

Всегда, когда речь идет о некотором отношении, имеются в виду два множества  $A$  и  $B$ ; при этом некоторые элементы множества  $A$  находятся в данном отношении с некоторыми элементами множества  $B$  или того же множества  $A$ .

Таким образом, всякое отношение между элементами множеств  $A$  и  $B$  (или между элементами множества  $A$ ) порождает множество пар, первые компоненты которых принадлежат  $A$ , вторые —  $B$  (или тоже  $A$ ), т. е. порождает подмножество  $A \times B$  (или  $A \times A$ ), причем такое, что элементы каждой пары и только они находятся в данном отношении.

Всякое отношение между элементами двух множеств  $A$  и  $B$  полностью характеризуется тремя множествами:  $A$  и  $B$ , между элементами которых установлено отношение, и некоторым множеством пар  $P$  — подмножеством  $A \times B$ , т. е. *декартовым произведением*. Один из путей определения математического понятия отношения и состоит в отождествлении этого понятия с указанной тройкой множеств.

*Отношением между элементами непустых множеств  $A$  и  $B$*  называется тройка множеств  $p = (P, A, B)$ , где  $P \subset A \times B$ .

Множество пар  $P$  называется *графиком* отношения  $p$ .

Об элементах пары  $(x, y)$ , принадлежащей графику  $P$ , говорят, что они *находятся в отношении  $p$* , и записывают это так: « $xpy$ ».

Таким образом, записи « $(x, y) \in P$ » или « $xpy$ » равносильны.

Если  $B = A$ , то  $p = (P, A, A)$  называется отношением между элементами множества  $A$ .

### Свойства отношений

1. Отношение  $p$  на множестве  $A$  является **рефлексивным**, если всякий элемент этого множества находится в отношении  $p$  с самим собой. Если же каждый элемент множества  $A$  не находится в этом отношении с самим собой, отношение обладает свойством **антирефлексивности** и называется **антирефлексивным**.

Среди уже перечисленных нами отношений рефлексивными являются: *равно, не меньше, не больше, делит, делится на, равенство и подобие фигур*; антирефлексивными являются отношения: *неравно, меньше, больше* между числами; *предшествует, следует за* между точками прямой. Отношение *быть ровесником* между людьми является рефлексивным, отношение же *быть отцом, быть матерью, выше, старше, моложе* — антирефлексивными. Отношение *быть другом* не является ни рефлексивным, ни антирефлексивным (бывают случаи, когда человек сам себе друг, и случаи, когда человек сам себе недруг).

2. Рассмотрим свойство: если  $a-b$ , то  $B=a$ , т. е. если пара  $(a, B)$  находится в отношении *равно*, то и пара  $(B, a)$  находится в этом отношении.

Таким свойством обладает, например, отношение *быть ровесником*: если  $x$  ровеснику, то  $y$  ровесник  $x$ . Это отношение обладает свойством **симметричности** и называется **симметричным**.

Не является симметричным, например, отношение *старше*: если  $x$  старше  $y$ , то неверно, что  $y$  старше  $x$ . Подобные отношения обладают свойством **асимметричности** и называются **асимметричными**.

3. Несложно установить истинность следующих утверждений:  
если  $x < y$  и  $y < z$ , то  $x < z$ ;  
если  $x = y$  и  $y = z$ , то  $x = z$ ;  
если  $x$  ровесник  $y$  и  $y$  ровесник  $z$ , то  $x$  ровесник  $z$ ; если  $x$  старше  $y$  и  $y$  старше  $z$ , то  $x$  старше  $z$ ; если  $a \parallel b$  и  $b \parallel c$ , то  $a \parallel c$ .

Однако если  $x$  — отец  $y$  и  $y$  — отец  $z$ , то  $z$  не есть отец  $x$  (он его дедушка); если  $x$  — друг  $y$ , а  $y$  — друг  $z$ , то вообще не известно, является ли  $x$  другом  $z$ .

Свойство отношения  $p = (P, A, A)$ , состоящее в том, что из  $xpy$  и  $ypz$  следует  $xpz$  для любых  $x, y, z \in A$ , называется **транзитивностью**, а отношение  $p$ , обладающее этим свойством, — **транзитивным**.

Свойство отношения  $p$ , состоящее в том, что из  $xpy$  и  $ypz$  следует  $\neg xpz$  для любых  $x, y, z \in A$ , называется **антитранзитивностью**, а отношение  $p$ , обладающее этим свойством, — **антитранзитивным**.

Так, отношения *меньше, равно, быть ровесником, старше, параллельно* являются транзитивными. Отношение *быть отцом* является антитранзитивным, а отношение *быть другом* не является ни транзитивным, ни антитранзитивным.

### Отношение эквивалентности

Выделим теперь класс отношений, играющих особую роль в разбиении множеств предметов на классы, т. е. в классификации множеств.

Среди рассмотренных выше примеров отношений имеются такие, которые являются рефлексивными, симметричными и транзитивными одновременно. К ним относятся отношения равенства чисел и геометрических фигур, подобия фигур, отношение *быть ровесником*.

Эти и другие подобные им, т. е. обладающие такими же свойствами, отношения принадлежат важному классу отношений эквивалентности, находящих широкое применение и использование, в том числе в курсе математики общеобразовательной школы.

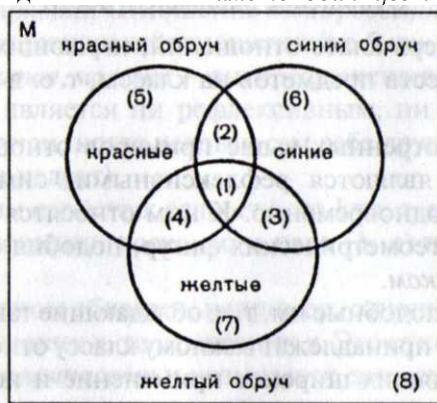
Всякое рефлексивное, симметричное и транзитивное отношение, установленное в некотором множестве  $A$ , называется **отношением эквивалентности**.

Если между элементами некоторого множества введено или установлено отношение эквивалентности, то этим самым порождается разбиение данного множества на классы таким образом, что любые два элемента, принадлежащие одному классу разбиения, находятся в данном отношении (иначе: эквивалентны по этому отношению), любые же два элемента, принадлежащие различным классам, не находятся в этом отношении (иначе: не эквивалентны по этому отношению). Такое разбиение множества на классы обычно называют **разбиением множества на классы эквивалентности**.

Разбиение множества блоков (или фигур) на классы эквивалентности можно смоделировать с помощью следующей игры с тремя обручами.



В множестве всех блоков введем отношение *иметь один цвет* (или *быть одного цвета*). Нетрудно



убедиться в том, что это

множества всех блоков на классы эквивалентности по отношению *быть одного цвета* (области (1), (2), (3), (4) оказываются пустыми, так как нет трехцветного или двухцветного блока, область (8) пуста, так как блоков другого цвета, кроме красного, синего или желтого, нет). Нетрудно убедиться в том, что удовлетворяются условия (1)—(3) правильного разбиения (см. 2.1): 1) ни один из классов (красных, синих, желтых) блоков не пуст; 2) эти классы попарно не пересекаются; 3) их объединение равно множеству *M* всех блоков.

Таким же путем, т. е. с помощью отношения *быть одного цвета*, формируется и само представление о цвете как о классе, объединяющем все предметы одного цвета, скажем все красные предметы.

Аналогично формируется и представление об определенной форме предметов. С помощью отношения *иметь одну форму* мы

получаем разбиение всех блоков (или фигур) на четыре класса эквивалентности такое, что любые два блока (или две фигуры), принадлежащие одному классу, обладают одной и той же формой, любые же два блока (или две фигуры) различных классов обладают различной формой. Сама форма выступает здесь как класс эквивалентности. Так, впоследствии, например, формируются представления о круге, квадрате, треугольнике, прямоугольнике и других геометрических фигурах как на плоскости, так и в пространстве.

Эти примеры показывают, с одной стороны, что отношения эквивалентности являются базой для формирования новых понятий и для классифицирующей деятельности, с другой — что рассмотренные выше (2.1) дидактические игры с обручами обучают этой деятельности.

### Отношение порядка

Среди рассмотренных выше примеров отношений имеются такие, как *меньше, больше* между числами, *предшествует, следует за* между точками прямой; *старше, моложе* между людьми. Эти отношения являются антирефлексивными, асимметричными и транзитивными.

Всякое антирефлексивное, антисимметричное и транзитивное отношение в некотором множестве *A* называется *отношением порядка*<sup>1</sup>.

## 2.3. Числа

### Возникновение понятия натурального числа

Теоретические основы формирования элементарных математических представлений у дошкольников включают детальное изучение лишь системы натуральных чисел. Поэтому, говоря здесь «числа», мы имеем в виду натуральные числа.

К построению математических моделей явлений, основанному на отвлечении от всех свойств

<sup>1</sup> Иногда такое отношение называют отношением строгого порядка, чтобы отличить его от отношения нестрогого порядка, являющегося рефлексивным, антисимметричным и транзитивным.

предметов, кроме их количественных отношений и пространственных форм, человечество прибегало к первым шагам изучения окружающего мира. Одним из первых достижений на этом пути было возникновение и формирование понятия *натурального числа*. Оно появилось, по-видимому, на довольно позднем этапе развития мышления и предполагало наличие способности к созданию абстрактных понятий и оперированию ими.



Процесс формирования понятия числа был сложным и длительным. На самом раннем этапе устанавливалась равночисленность различных множеств, общее же свойство равночисленных множеств еще не отделялось от конкретной природы сравниваемых множеств. Например, знали, что два рыбака поймали поровну рыб, но не выражали этого каким-либо числом. В дальнейшем практика экономических и социальных взаимоотношений привела к необходимости выражать численность одних множеств уже через численность других множеств, т. е. общее свойство равночисленного<sup>TM</sup> стало осознаваться как нечто отличное от конкретной природы самого множества, его элементов. Однако в качестве эталонов выступали еще различные множества, состоящие из подручных предметов — эквивалентов равночисленности множеств предметов. Еще позже определенное множество, например пальцы на руках и ногах, начали выступать в качестве своеобразного единственного эталона количества, что позволило выделить общее свойство численности, отличное от всех особенных свойств множеств. Впоследствии общее свойство всех равночисленных множеств абстрагировалось от самих множеств и выступило в «чистом виде», т. е. как абстрактное понятие натурального числа. Далее в качестве эталона численности уже выступают сами натуральные числа, когда люди говорят не «рука яблок», а «пять яблок» (интересно, что в слове «пять» сохранилось воспоминание о «пясти», т. е. о ладони). И наконец, происходит отвлечение от реально существующих ограничений счета и возникает понятие о сколь угодно больших числах. Возникает абстракция бесконечного множества натуральных чисел. Объектом научного анализа становятся свойства элементов самого этого множества, в отвлечении от тех предметов, счет которых привел к созданию понятия числа. Возникает теория, описывающая систему чисел с ее свойствами и закономерностями.

Как будет показано дальше, процесс формирования представлений дошкольников о числе в известном смысле в общих чертах повторяет основные этапы исторического развития этого понятия.

В математике известны различные способы построения теории натуральных чисел. Мы рассмотрим лишь основные идеи двух теорий натуральных чисел, *количественной* и *порядковой*, находящие отражение в формировании представлений о числе, счете и арифметических операциях.

### Основные идеи количественной теории натуральных чисел

В количественной теории натуральное число с самого начала воспринимается как число элементов (мощность, численность) конечного множества.

Рассмотрим всевозможные конечные множества (говорят «класс, или семейство, множеств») и установим для них отношение эквивалентности следующим образом: два множества  $A$  и  $B$  будем называть *эквивалентными* (обозначается это через  $A \sim B$ ), если между элементами этих множеств можно установить взаимно однозначное соответствие.

Установленное таким образом отношение множеств является отношением типа эквивалентности, т. е. оно рефлексивно, симметрично и транзитивно. Для любых множеств  $A, B, C$ :

а)  $A \sim A$ ; б) если  $A \sim B$ , то  $B \sim A$ ; в) если  $A \sim B$  и  $B \sim C$ , то  $A \sim C$ .

Поэтому введенное отношение порождает разбиение данного семейства множеств на классы эквивалентности так, что любые два множества одного класса эквивалентны, а любые два множества различных классов неэквивалентны.

Эквивалентные множества не совпадают полностью, всеми своими свойствами: множество пальцев человеческой руки и множество, состоящее из пяти столов, различные, но эквивалентные множества.

Каждый класс эквивалентности характеризуется мощностью, т. е. любые два множества одного класса равномощны (имеют одинаковую мощность). Так как мы имеем дело лишь с конечными множествами, то равномощность означает равночисленность. Мощность, или класс, равночисленных конечных множеств и называют *натуральным числом*.

Таким образом, каждому конечному множеству  $M$  приписывают в качестве характеристики натуральное число  $m(A)$ , определяющее его принадлежность определенному классу эквивалентности. При этом множествам, принадлежащим одному классу эквивалентности, приписывается одно и то же натуральное число:

$$\text{если } A \sim B, \text{ то } m(A) = m(B);$$

множествам, принадлежащим различным классам эквивалентности, — различные натуральные числа:

$$\text{если } A \sim B, \text{ то } m(A) \neq m(B).$$

Так как  $A$  и  $B$  — конечные множества, то натуральные числа  $m(A)$  и  $m(B)$  обозначают числа элементов (численность) этих множеств.

В основе такой концепции натурального числа лежит абстракция отождествления: отношение эквивалентности множеств отождествляет множества, принадлежащие одному классу эквивалентности по их численности.

В результате этого отождествления от множеств, принадлежащих одному классу эквивалентности, абстрагируется их общее свойство, характеризующее этот класс, в виде самостоятельного понятия — натурального числа.

Название «количественная теория» связано с тем, что в этой теории натуральное число обозначает количество элементов множества.

### Основные идеи порядковой теории натуральных чисел

В конце XIX в. была построена порядковая теория натуральных чисел, которая обычно связывается с именем итальянского математика Джузеппе Пеано (1858—1932), построившего эту теорию на аксиоматической основе.

Весьма развитый в математике аксиоматический подход к построению теорий состоит в следующем: а) выделяются некоторые исходные, неопределяемые через другие понятия; все остальные понятия теории определяются через ранее уже определенные; б) выделяются некоторые исходные предложения, или аксиомы, истинность которых принимается без доказательства; все остальные предложения теории — теоремы — логически выводятся или доказываются с использованием введенных понятий, ранее доказанных фактов, теорем.

Отметим, что аксиоматический подход применяется для построения теории, о которой уже имеются определенные, сформированные интуитивные представления. Иначе говоря, осуществляется аксиоматизация уже имеющейся «предматематической теории».

Подход к построению теории натуральных чисел, берущий начало от Пеано, представляет собой определенный способ математизации интуитивного представления о натуральном ряде.

Математизация этого интуитивного понятия приводит к определению натурального ряда как некоторой структуры  $(T, 1, ')$ , состоящей из: а) множества  $N$ , элементы которого называются натуральными числами; б) выделенного в этом множестве элемента, обозначаемого знаком 1 и называемого единицей; в) определенного в множестве  $T$  отношения «непосредственно следует за» (число, непосредственно следующее за числом  $x$ , обозначим через  $x'$ , т. е. если  $y$  непосредственно следует за  $x$ , то  $y=x'$ ;  $y'$  — «сосед справа» для  $x$ ).

Натуральный ряд обладает следующими интуитивно ясными свойствами (принятыми Пеано в качестве аксиом, характеризующих эту структуру).

I. Единица непосредственно не следует ни за каким натуральным числом, т. е. не является «правым соседом» никакого другого натурального числа, это «первое» натуральное число.

II. Для любого натурального числа существует одно и только одно непосредственно следующее за ним натуральное число, т. е. любое натуральное число имеет только одного «правого соседа».

III. Любое натуральное число непосредственно следует не более чем за одним натуральным числом, т. е. единица не следует ни за каким, всякое другое натуральное число — точно за одним.

Всякое натуральное число, кроме единицы, является «правым соседом» одного и только одного натурального числа, его «левого соседа».

I. Если какое-нибудь множество  $M$  натуральных чисел ( $M \subset N$ ) содержит 1 и вместе с некоторым натуральным числом  $x$  содержит и натуральное число  $x'$ , непосредственно следующее за  $x$ , то это множество совпадает с множеством всех натуральных чисел ( $M=N$ ).

Предложение I, хотя по своему содержанию более сложно, чем первые три, также выражает достаточно простое свойство: с помощью последовательного прибавления единицы, начиная с единицы, можно получить все натуральные числа. Всякий раз, когда мы доходим до некоторого числа  $x$ , допускается возможность написания непосредственно следующего за ним числа  $x'$ .

Натуральный ряд в описанном представлении мыслится *потенциально бесконечным*. С этой точки зрения процесс его образования незавершен, предполагается лишь, что после каждого шага процесса мы располагаем возможностью осуществления следующего шага.

Свойства I—III характеризуют структуру «натуральный ряд» только с точки зрения отношения  $'$ , названного «непосредственно следует за». Но это построение можно дополнить свойствами, характеризующими операции сложения и умножения в множестве  $N$ .

Расширим систему свойств I—III таким образом, чтобы получить характеристику структуры  $(N, 1, ', +, \cdot)$ .

Знак  $+$  обозначает операцию «сложение», сопоставляющую с каждой парой  $(x, y)$  натуральных чисел натуральное число  $x+y$ , называемое их суммой и обладающее следующими свойствами:

т. е. сумма любого натурального числа  $x$  с числом 1 равна непосредственно следующему за  $x$  числу  $x \cdot 1$ .

$$x+y'=(x+y)'$$

т. е. сумма любого числа  $x$  с числом  $y'$ , непосредственно следующим за любым числом  $y$ , равна числу, непосредственно следующему за суммой  $x+y$ .

Знак  $\cdot$  обозначает операцию умножения, сопоставляющую с каждой парой  $(x, y)$  натуральных чисел натуральное число  $x \cdot y$ , называемое их произведением и обладающее следующими двумя свойствами:  
II.  $x \cdot 1 = x$ ,

т. е. произведение любого натурального числа  $x$  и числа 1 равно числу  $x$  (умножение какого-нибудь числа на единицу не меняет это число).

III.  $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$ , т. е. произведение числа  $x$  на число, непосредственно следующее за числом  $y$ , равно произведению чисел  $x$  и  $y$ , сложенному с числом  $x$ .

Из свойств I—III выводятся все остальные свойства порядка и операций сложения и умножения натуральных чисел.

Покажем в качестве примера, как, исходя из перечисленных свойств, можно получить таблицу сложения.

Будем исходить из знания того, что непосредственно следующее число за каждым однозначным числом уже получено:

$$\Gamma=2; 2'=3; 3'=4; 4'=5; 5'=6; 6'=7; 7'=8; 8'=9; 9'=10.$$

Исходя из свойства , получаем таблицу «прибавления единицы»:

$$1 + 1 = 1' = 2;$$

$$2 + 1 = 2' = 3;$$

$$3 + 1 = 3' = 4;$$

$$9 + 1 = 9' = 10.$$

Теперь, зная таблицу и используя свойство I, можем вывести, например, чему равно  $2 + 2$ :

$$2 + 2 = 2 + 1' = (2 + 1)' = 3' = 4.$$

Аналогично  $3 + 2 = 3 + \Gamma = (3 + 1)' = 4' = 5$  и т. д.

Как видно, в описанном построении теории натуральных чисел основную роль играет операция (функция) прибавления единицы

$$/(x) = x + 1,$$

сопоставляющая с каждым числом  $x$  непосредственно следующее за ним число  $x + 1$  (или 0). Эта идея используется в обучении счету маленьких детей.

## 2.4. Геометрические фигуры

### Формирование понятия геометрической фигуры

Исторически понятие геометрической фигуры, так же как понятие натурального числа, было одним из исходных понятий математики. Как и натуральные числа, понятие геометрической фигуры образовалось с помощью абстракции отождествления, в основе которой лежит некоторое отношение эквивалентности. В данном случае таким отношением является *сходство, подобие* предметов по их форме, с помощью которого множество предметов разбивается на классы эквивалентности так, что любые два предмета одного класса имеют одинаковую форму, а любые два предмета различных классов — различные формы. Абстрагируясь при этом от других свойств предметов (цвета, величины, материала, из которого они сделаны, назначения и т. д.), мы получаем самостоятельное понятие геометрической фигуры.

В математике поступают и так: класс подобных по форме предметов определяется любым принадлежащим ему предметом и называется *формой*.

В связи с рассмотрением отношения эквивалентности нами был приведен пример классификации блоков по их форме. Решая эту задачу, дети получают классы квадратных, круглых, треугольных и прямоугольных блоков, затем каждый из этих классов, так же как и отдельные их представители, называется соответственно квадратом, кругом, треугольником, прямоугольником. В основе выделения этих понятий лежит отношение эквивалентности *иметь одинаковую форму*.

В изучении геометрии, и в частности геометрических фигур, различают несколько уровней мышления.

**Первый**, самый простейший уровень характеризуется тем, что геометрические фигуры рассматриваются как целые и различаются только по своей форме. Если показать дошкольнику круг, квадрат, прямоугольник и сообщить ему соответствующие названия, то после некоторого времени он сможет безошибочно распознавать эти фигуры исключительно по их форме (причем еще не анализированной), не отличая квадрат от прямоугольника. На этом уровне квадрат противопоставляется прямоугольнику.

На следующем, **втором** уровне проводится анализ воспринимаемых форм, в результате которого выявляются их свойства. Геометрические фигуры выступают уже как носители своих свойств и распознаются по этим свойствам, свойства фигур логически еще не упорядочены, они устанавливаются

эмпирическим путем. Сами фигуры также не упорядочены, так как они только описываются, но не определяются. Этот уровень мышления в области геометрии еще не включает структуру логического следования.

Описанные выше два уровня вполне доступны детям 4—6 лет, и это обстоятельство следует учитывать при составлении программ обучения и разработке методики.

Из чего состоит геометрическая фигура?

Всякая геометрическая фигура подразумевается состоящей из точек, т.е. всякая геометрическая фигура представляет собой множество точек, в том числе одну точку тоже принято считать геометрической фигурой.

На предметном уровне дети знакомятся с простейшими, но наиболее распространенными геометрическими фигурами: различными линиями, формами блоков — квадратом, кругом, треугольником, а также пятиугольником, шестиугольником. Строгих определений, разумеется, на этом уровне не дается.

### Виды геометрических фигур

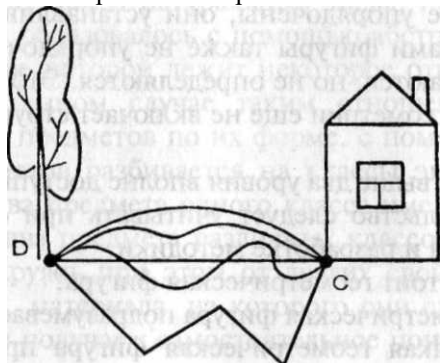
Будем рассматривать далее лишь те виды простейших геометрических фигур, с которыми приходится иметь дело в процессе обучения дошкольников.

Все геометрические фигуры делятся на плоские и пространственные. Так, например, квадрат, круг — плоские фигуры; куб, шар — пространственные. Начнем с рассмотрения линий. Под линией будем иметь в виду плоскую линию — линию, все точки которой лежат на некоторой плоскости, а сама линия есть подмножество точек плоскости.

Прямую линию, или просто прямую, можно выделить среди других линий с помощью ее характеристических свойств, т.е.

таких свойств, которыми обладает только прямая и никакие другие линии.

На илл. 8 между деревом и домом проложено несколько тропинок. На геометрическом языке это означает: через две точки **D** и **C** проходит несколько линий. Прямая выделяется среди них тем, что это — линия кратчайшего расстояния.



Еще одно характеристическое свойство прямой: через две точки **D** и **C** можно провести много различных линий, прямых — только одну, т.е. через две точки проходит одна и только одна прямая.

Линии бывают *замкнутыми* и *незамкнутыми*. Например, прямая — незамкнутая линия, окружность — замкнутая.

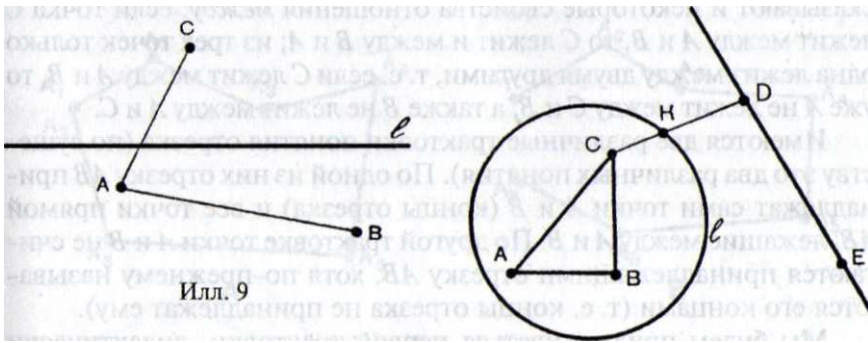
По отношению к прямой две точки могут находиться «по одну сторону» от нее или «по разные стороны». Например, если дом и дерево находятся по одну сторону от речки, можно пройти от дома до дерева или обратно, не проходя через мост. Если же они находятся по разным сторонам от реки, то пройти от дома до сада или обратно, не проходя через мост, нельзя.

На геометрическом языке эта ситуация описывается следующим образом. Две точки **A** и **B** находятся по одну сторону от прямой  $l$ , если отрезок, соединяющий эти точки, не пересекает прямую  $l$  (илл. 9).

Первые представления о *внутри* и *вне* закрепляются в играх с обручами, когда дети встречаются со все усложняющимися ситуациями: определение блоков внутри и вне одного обруча, внутри одного и вне другого обруча, внутри всех трех обручей, внутри двух обручей и вне третьего и т.п. Поэтому перед решением задач, связанных с классификацией блоков или фигур в играх с обручами, необходимо выяснить, распознают ли дети внутреннюю и внешнюю области по отношению к каждому обручу.

Переведем теперь эти ситуации на язык геометрии.

Интуитивно ясно, что всякая окружность разбивает множество всех не принадлежащих ей точек плоскости на две области (илл. 10). Если две точки **A** и **B** или **D** и **E** лежат в одной области, то отрезок, соединяющий их, не пересекает линии  $l$ ; если две точки, например **C** и **D**, принадлежат различным областям, то соединяющий их отрезок пересекает линию  $l$  (в точке **K**).



Илл. 10

Одна из этих областей называется *внутренней*, другая — *внешней*. Каким же геометрическим свойством можно охарактеризовать внутреннюю или внешнюю область?

Область, которая интуитивно принимается за внешнюю, обладает следующим свойством: можно найти в этой области две точки, например *D* и *E*, такие, что прямая, проходящая через них, целиком лежит в этой области. Вторая область, которая интуитивно принимается за внутреннюю, не обладает этим свойством или характеризуется свойством, представляющим собой отрицание характеристического свойства внешней области, т. е. нельзя найти в ней такие две точки, чтобы прямая, проходящая через них, лежала целиком в этой области (или, иначе, прямая, проходящая через любые две точки этой области, обязательно пересекает линию  $l$ ).

Выше мы пользовались понятием *отрезок* и связывали его неизменно с двумя точками: «отрезок *AB*», «отрезок, соединяющий точки *A* и *B*» и т. п. Что же такое отрезок? Иногда говорят «часть прямой». Это можно понимать как подмножество точек прямой. Но какое это подмножество?

Иногда пользуются отношением *между*, применимым к трем точкам. Это отношение соответствует наглядному представлению о точке, лежащей на прямой между двумя другими точками: если точка *C* лежит между точками *A* и *B*, то нельзя «дойти» по прямой от *A* к *B*, не пройдя через точку *C*. Эти наглядные представления подсказывают и некоторые свойства отношения *между*: если точка *C* лежит между *A* и *B*, то *C* лежит и между *B* и *A*; из трех точек только одна лежит между двумя другими, т. е. если *C* лежит между *A* и *B*, то уже *A* не лежит между *C* и *B*, а также *B* не лежит между *A* и *C*.

Имеются две различные трактовки понятия отрезка (по существу это два различных понятия). По одной из них отрезку *AB* принадлежат сами точки *A* и *B* (концы отрезка) и все точки прямой *AB*, лежащие между *A* и *B*. По другой трактовке точки *A* и *B* не считаются принадлежащими отрезку *AB*, хотя по-прежнему называются его концами (т. е. концы отрезка не принадлежат ему).

Мы будем придерживаться первой трактовки, дидактически более целесообразной.

Так как через две точки *A* и *B* проходит единственная прямая *AB*, то эти две точки определяют и единственный отрезок с концами *A* и *B*.

Зная, что такое отрезок, можно уточнить и понятие ломаной линии.

Если  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{j-1}, A_j, A_{j+1}, \dots, A_n$  — точки, никакие последовательные три из которых не лежат на одной прямой, то линия, состоящая из отрезков  $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ , называется *ломаной линией*, эти отрезки называются *звеньями ломаной*, а точки  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  — ее *вершинами*; точки  $A_1$  и  $A_n$  называются также *концами* ломаной. Если концы ломаной совпадают, то ломаная называется *замкнутой*, в противном случае — *незамкнутой* (строгие определения замкнутой и незамкнутой кривой линии в элементарной геометрии не даются).

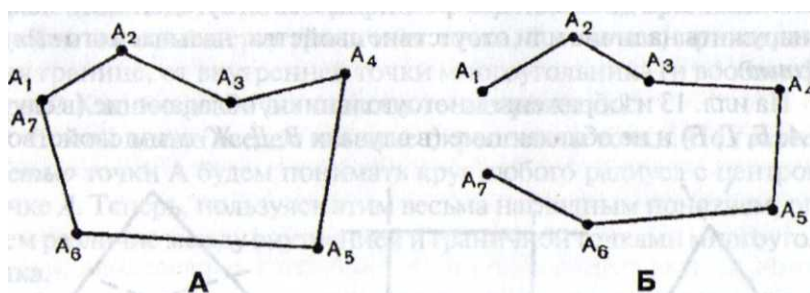
На илл. 11, *A* изображена замкнутая ломаная линия, на илл. 11, *B* — незамкнутая.

Как и всякая замкнутая линия, замкнутая ломаная линия разбивает множество не принадлежащих ей точек плоскости на две области — внутреннюю и внешнюю.

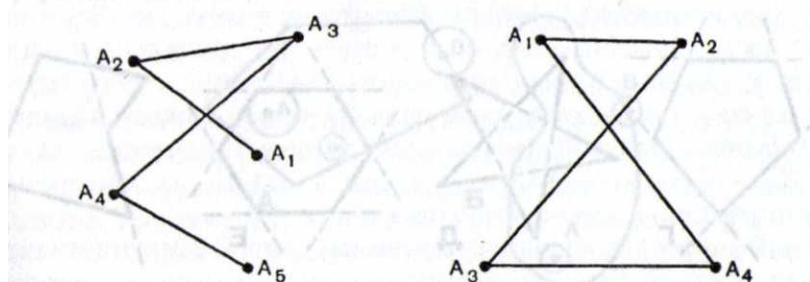
Среди ломаных линий выделяют *простые* (без самопересечений) ломаные линии, т. е. такие, которые сами себя не пересекают.

Изображенные на илл. 11 ломаные линии простые. На илл. 12 изображены непростые, сами себя пересекающие ломаные линии.

Перейдем теперь к рассмотрению многоугольников. Имеются два основных подхода, по существу определяющих различные понятия: согласно одному из них, под многоугольником понимают простую



Илл. 11



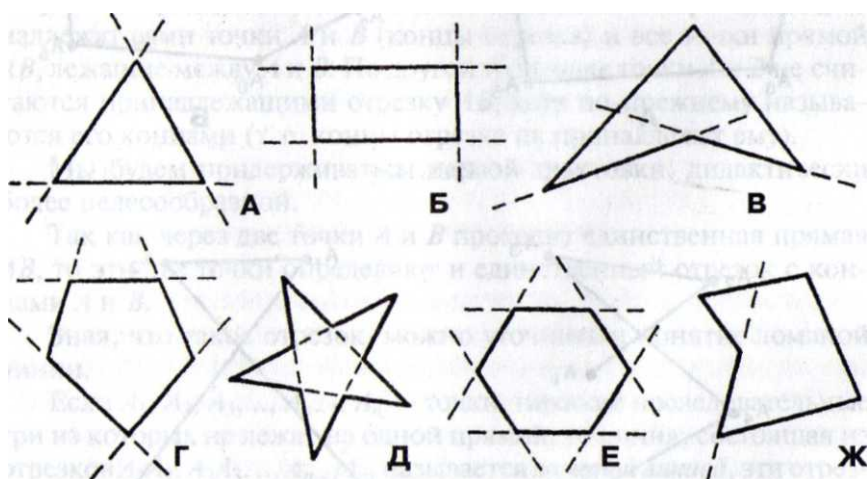
Илл. 12

замкнутую ломаную линию, согласно второму — простую замкнутую ломаную вместе с ее внутренней областью или объединение простой замкнутой ломаной и ее внутренней области.

Согласно первой трактовке, модель многоугольника, например, можно изготовить из проволоки, по второй — вырезать из бумаги. Какая же из двух трактовок более целесообразна с дидактической точки зрения? (С логической точки зрения обе трактовки корректны и имеют право на существование.) Для маленьких детей более естественным является называть квадратом, треугольником и т. д. именно ту фигуру, которую они закрасили и вырезали, т. е. ломаную вместе с ее внутренней областью. Поэтому представляется, что и для школы вторая трактовка является более целесообразной.

Многоугольники классифицируются по числу сторон или углов: треугольники, четырехугольники, пятиугольники, шестиугольники и т. д. Наблюдая различные многоугольники, можно обнаружить наличие или отсутствие свойства, называемого **выпуклостью**.

На илл. 13 изображены многоугольники, обладающие (в случаях **А, Б, Г, Е**) и не обладающие (в случаях **В, Д, Ж**) этим свойством.



Илл. 13

Как же геометрически описать это интуитивно ясное свойство? Любой из многоугольников в случаях **А, Б, Г, Е** расположен по одну сторону от прямой, проведенной через каждую его сторону, т. е., если продолжить любую сторону, полученная прямая не пересечет многоугольник (с этой целью на рисунке стороны этих многоугольников продолжены пунктиром). В каждом из многоугольников в случаях **В, Д, Ж**

существует хотя бы одна такая сторона, продолжение которой пересекает многоугольник. Первые называются *выпуклыми*, вторые — *невыпуклыми*.

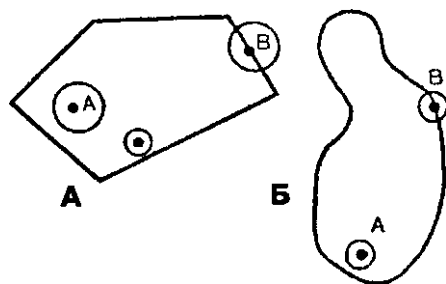
Треугольник, квадрат, прямоугольник — выпуклые четырехугольники. Пятиконечная звездочка — невыпуклый десятиугольник.

Стороны и вершины многоугольника, т. е. замкнутая ломаная, образуют границу многоугольника. Это интуитивно ясное понятие. Например, интуитивное представление о границе фигуры готовит детей к географическому понятию границы.

Чем же отличается граничная точка, т. е. точка, принадлежащая границе, от внутренней точки многоугольника (и вообще фигуры)? Как это различие описать геометрически?

С этой целью введем понятие окрестности точки. Под *окрестностью* точки  $A$  будем понимать круг любого радиуса с центром в точке  $A$ . Теперь, пользуясь этим весьма наглядным понятием, опишем различие между внутренней и граничной точками многоугольника.

Для любой внутренней точки  $A$ , как бы близка она ни была к границе, всегда можно найти окрестность, все точки которой внутренние (илл. 14).



Илл. 14

Для граничной точки  $B$  нет такой окрестности, т. е., какую бы окрестность точки  $B$  ни взяли, внутри ее найдутся как внутренние, так и внешние точки. Такими же свойствами обладают внутренние и граничные точки на географической карте, представляющей собой некоторую геометрическую фигуру.

Например, на географической карте России для любой внутренней точки можно найти окрестность, внутри которой все точки принадлежат территории России. Для любой точки на границе России такой окрестности нет, т. е. в любой окрестности такой точки найдутся как точки, принадлежащие России, так и точки, принадлежащие соседнему государству.

Среди форм используемых нами блоков (или фигур) кроме треугольника, квадрата, прямоугольника имеется и круг. Кроме того, многие предметы, с которыми встречаются дети (тарелки, блюда, колеса велосипеда и др.), имеют круглую форму. Считаем нецелесообразным для дошкольников вводить термин *окружность*.

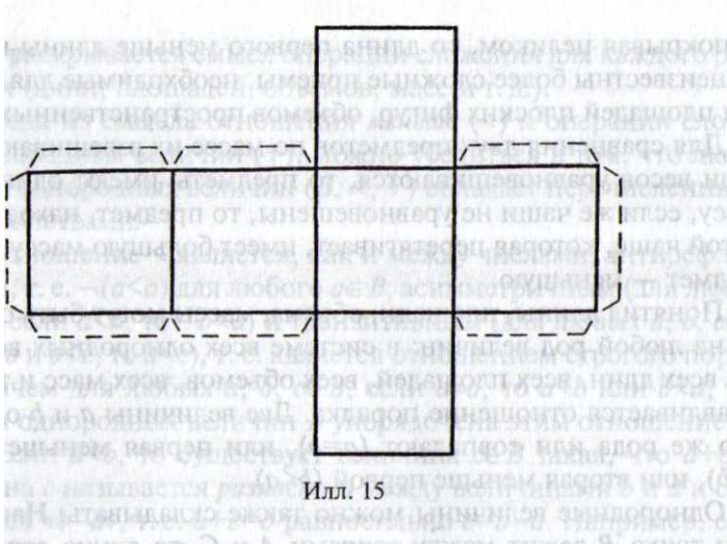
В элементарной геометрии круг определяется как множество (или геометрическое место) всех точек плоскости, удаленных от некоторой точки, называемой центром, на расстояние, не превышающее  $R$  ( $R$  — радиус круга); окружность определяется аналогично как множество всех точек плоскости, удаленных от точки, называемой центром, на одно и то же расстояние  $R$ .

Заметим, что если в этих формулировках слово «плоскость» заменить словом «пространство», то получатся определения шара и сферы, соответственно, пространственных аналогов круга и окружности.

Круг, окружность, шар и сферу можно определить и генетически, т. е. описанием процесса образования этих фигур. Этот процесс легко смоделировать: если отрезок зафиксировать в одном конце и вращать его около этого конца, то он опишет круг, а второй его конец — окружность. Если полукруг вращать около диаметра, то он опишет шар, а ограничивающая его полуокружность — сферу.

Дошкольники знакомятся также с одним из простейших многогранников, каким является куб. Куб — пространственный аналог квадрата. Он ограничен шестью квадратами. Его можно сконструировать (склеить) из плоской фигуры — выкройки, изображенной на илл. 15





Илл. 15

Ознакомление детей с описанными выше простейшими геометрическими фигурами является пропедевтической основой для дальнейшего формирования и развития у них геометрических, в том числе пространственных, представлений.

## 2.5. Величины и их измерение

Что такое величина

Величина — одно из основных математических понятий, возникшее в древности и подвергшееся в процессе длительного развития ряду обобщений.

Общее понятие величины является непосредственным обобщением более конкретных понятий: длины, площади, объема, массы, скорости и т. п. Каждый конкретный род величин связан с определенным способом сравнения соответствующих свойств объектов. Например, в геометрии отрезки сравниваются при помощи наложения, и это сравнение приводит к понятию длины: два отрезка имеют одну и ту же длину, если при наложении они совпадают; если же один отрезок накладывается на часть другого не покрывая целиком, то длина первого меньше длины второго. Общеизвестны более сложные приемы, необходимые для сравнения площадей плоских фигур, объемов пространственных тел.

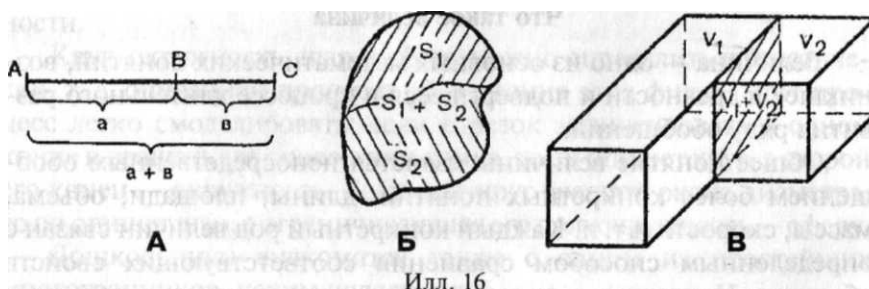
Для сравнения двух предметов по массе их взвешивают. Если чаши весов уравновешиваются, то предметы имеют одинаковую массу, если же чаши не уравновешены, то предмет, находящийся на той чаше, которая перетягивает, имеет большую массу, второй предмет — меньшую.

Понятия длины, площади, объема, массы могут быть обобщены на любой род величин: в системе всех однородных величин, т. е. всех длин, всех площадей, всех объемов, всех масс и т. д., устанавливается отношение порядка. Две величины  $a$  и  $b$  одного и того же рода или совпадают ( $a=b$ ), или первая меньше второй ( $a<b$ ), или вторая меньше первой ( $b<a$ ).

Однородные величины можно также складывать. Например, если точка  $B$  лежит между точками  $A$  и  $C$ , то длина отрезка  $AC$  равна сумме длин отрезков  $AB$  и  $BC$  (илл. 16,  $A$ ).

Если плоская фигура состоит из двух частей, не имеющих других общих точек, кроме граничных, то площадь  $S$  всей фигуры равна сумме площадей  $S_1+S_2$  этих частей (илл. 16,  $B$ ).

Если пространственная фигура состоит из двух частей, все общие точки которых образуют их общую границу, то объем всей пространственной фигуры равен сумме  $v_1+v_2$  объемов  $V_1$  и  $V_2$  этих частей (илл. 16,  $B$ ).



Илл. 16

Если предмет состоит из двух частей, то его масса  $m$  равна сумме  $m_1+m_2$  масс  $m_1$  и  $m_2$  этих частей.

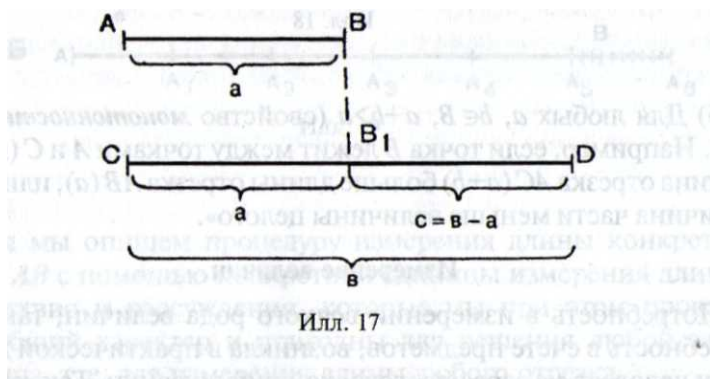


Так раскрывается смысл операции сложения для каждого рода величин (длин, площадей, объемов, масс и т.д.).

Исходя из смысла отношения *меньше* ( $<$ ) и операции сложения однородных величин ( $+$ ), можно убедиться в том, что любая система однородных величин ( $B, <, +$ ) обладает перечисленными ниже свойствами.

1) Отношение  $<$  является, как и между числами, антирефлексивным, т. е.  $\neg(a < a)$  для любого  $a \in B$ ; асимметричным (для любых  $a, b \in B$ , если  $a < b$ , то  $\neg(b < a)$ ) и транзитивным (для любых  $a, b, c \in B$ , если  $a < b$  и  $b < c$ , то  $a < c$ ), т. е. является отношением строгого порядка. Причем для любых  $a, b, c \in B$ , если  $a < b$ , то  $a < c$  или  $b < c$ , т. е. система однородных величин  $B$  упорядочена этим отношением.

2) Если  $a < b$ , то существует величина  $c \in B$  такая, что  $a + c = b$ . Величина  $c$  называется *разностью* между величинами  $b$  и  $a$  и обозначается « $b - a$ », т. е.  $a + c = b$  равносильно  $c = b - a$ . Например, если взять два отрезка,  $AB$  длины  $a$  и  $CD$  длины  $b$ , причем  $a < b$ , и отложить на отрезке  $CD$  отрезок  $CB_1$ , равный  $AB$ , то образовавшийся отрезок  $B_1D$  будет иметь длину  $c = b - a$  (илл. 17).

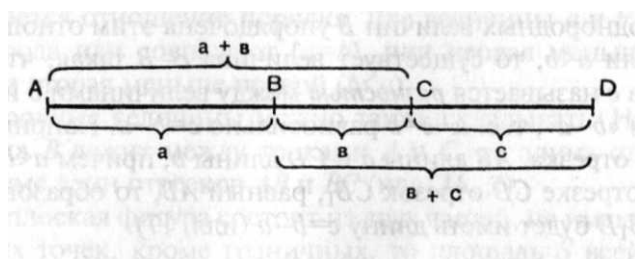


3) Сложение величин, как и сложение чисел, обладает свойством *переместительности* (коммутативности):  $a + b = b + a$  для любых  $a, b \in B$ .

Например, безразлично — присоединить к отрезку  $AB$  длины  $a$  отрезок  $BC$  длины  $b$  или наоборот — мы все равно получим в результате один и тот же отрезок.

4) Сложение величин обладает свойством *сочетательности* (ассоциативности):  $a + (b + c) = (a + b) + c$  для любых  $a, b, c \in B$ .

Например, если присоединить к отрезку  $AB$  длины  $a$  отрезок  $BD$  длины  $b + c$  так, чтобы точка  $B$  лежала между точками  $A$  и  $D$  (илл. 18), то получим отрезок  $AD$  длины  $a + b + c$ ; если к отрезку  $AC$  длины  $a + b$  присоединить отрезок  $CD$  длины  $c$ , то получим отрезок  $AD$ , длина которого выражается через  $(a + b) + c$ ; но так как мы получили один и тот же отрезок  $AD$ , то  $a + (b + c) = (a + b) + c$ . Поэтому можно писать без скобок  $a + b + c$ .



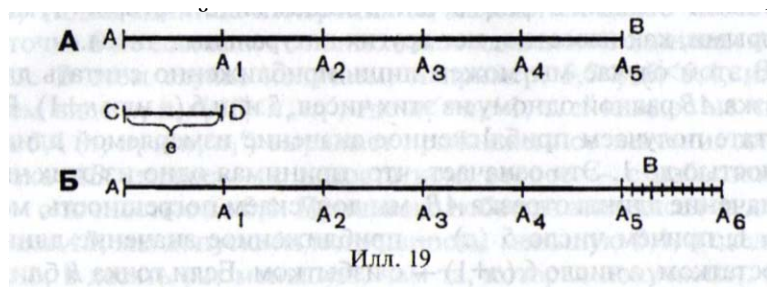
5) Для любых  $a, b \in B$ ,  $a + b > a$  (свойство *монотонности* сложения). Например, если точка  $B$  лежит между точками  $A$  и  $C$  (илл. 18), то длина отрезка  $AC$  ( $a + b$ ) больше длины отрезка  $AB$  ( $a$ ), или вообще «величина части меньше величины целого».

### Измерение величин

Потребность в измерении всякого рода величин, так же как потребность в счете предметов, возникла в практической деятельности человека на заре человеческой цивилизации. Так же как для определения численности множеств, люди сравнивали различные множества, различные однородные величины, определяя прежде всего, какая из сравниваемых величин больше, какая меньше. Эти сравнения еще не были

измерениями. В дальнейшем процедура сравнения величин была усовершенствована. Одна какая-нибудь величина принималась за эталон, а другие величины того же рода

(длины, площади, объемы, массы и т.п.) сравнивались с эталоном. Когда же люди овладели знаниями о и этот эталон стал называться единицей сколько единиц содержится в измеряемой



исленности множеств предметов, является ой задачи, решение которой полностью величин этих чисел недостаточно. Это стейшем примере измерения длин. ницы измерения  $CD$  длины  $e$  (илл. 19).

Илл. 19

Хотя мы опишем процедуру измерения длины конкретного отрезка  $AB$  с помощью конкретной единицы измерения длины  $e$ , все действия и рассуждения, которые мы при этом проведем, носят общий характер и пригодны для решения любой задачи этого типа, т. е. для измерения длины любого отрезка.

Откладываем отрезок  $CD$  от точки  $A$  последовательно на отрезке  $AB$ , при этом возможны следующие случаи.

1. Возможно, что отрезок  $CD$  отложится на отрезке  $AB$  целое число раз. На илл. 19,  $A$ , например, 5 раз (а вообще  $n$  раз), т.е. второй конец отрезка  $CD$  (точка  $D$ ) при пятом (а в общем случае при  $n$ -м) отложении совпадает с точкой  $B$  (концом отрезка  $AB$ ).

Так как длина отрезка  $AB$  равна  $5e$  ( $ne$ ), то, принимая длину  $e$  за 1, можно считать числовое значение длины отрезка  $AB$  равным 5 (в общем случае —  $n$ ).

Если обозначить числовое значение длины отрезка  $AB$  через  $|AB|$  (в дальнейшем для краткости вместо «числовое значение длины» будем говорить просто «длина» там, где это не приводит к недоразумению), то в нашем примере  $|AB|=5$ , а в общем случае  $|AB|=n$ . В этом случае натуральные числа обеспечивают решение задачи измерения.

2. Возможно, что точка  $A_5$  ( $A_n$ ) не совпадает с точкой  $B$  (илл. 19,  $B$ ), причем  $|A_5B| < e$ , т. е. если отложить еще один раз отрезок  $CD$ , то конец его  $A_6$  ( $A_{n+1}$ ) уже окажется вне отрезка  $AB$ , иными словами, точка  $B$  окажется между точками  $A_5$  и  $A_6$  ( $A_n$  и  $A_{n+1}$ ). Тогда длина отрезка  $AB$  уже не выражается натуральным числом, она находится «между» двумя последовательными натуральными числами  $5 < |AB| < 6$ , или в общем виде  $n < |AB| < n+1$ , между которыми, как известно, нет других натуральных чисел.

В этом случае мы можем лишь приближенно считать длину отрезка  $AB$  равной одному из этих чисел, 5 или 6 (я или  $n+1$ ). В результате получаем приближенное значение измеряемой длины с точностью до 1. Это означает, что, принимая одно из этих чисел за значение длины отрезка  $AB$ , мы допускаем погрешность, меньшую 1, причем число 5 (я) — приближенное значение длины с недостатком, а число 6 (я+1) — с избытком. Если точка  $B$  ближе к точке  $A_5$  ( $A_n$ ), то число 5 (я) ближе к истинному (точному) значению длины отрезка  $AB$ , если же точка  $B$  ближе к точке  $A_6$  ( $A_{n+1}$ ), то число 6 (я+1) ближе к точному значению этой длины. В зависимости от этого выбирают то приближенное значение, которое ближе к точному, что дает меньшую погрешность.

Если такая степень точности удовлетворяет нас, то можно считать процесс измерения законченным. Однако практика часто предъявляет требование получить результаты измерений с более высокой степенью точности, т. е. с меньшей погрешностью.

С этой целью возникает необходимость продолжить процесс измерения, т. е. измерить длину остатка, отрезка  $A_5B$ , в общем случае  $A_nB$ . Естественно, это нельзя сделать с помощью той же единицы измерения  $CD$ , которая не уместится на этом отрезке. Надо выбрать более мелкую единицу измерения, какую-то часть отрезка  $CD$ , допустим десятую. Тогда длина  $e/10$  этой новой единицы измерения равна  $0,1e$ , т.е. числу  $0,1$  (здесь неявно применяется свойство о возможности деления величины на какое угодно число частей).

Далее процедура измерения повторяется, но уже применительно к отрезку  $A_5B$  ( $A_nB$ ) и с единицей измерения длины  $0,1$ . Значит, опять возможны два случая:

1) Новая единица измерения уместится на отрезке  $A_5B$  ( $A_nB$ ) целое число раз, например 3 раза, а вообще  $n_1$  раз, где  $n_1 < 10$ , так как прежняя единица измерения  $e$  не уместится на отрезке  $A_nB$ . В этом случае  $|AB|=5,3$  ( $|AB|=n, n_1/10$ ), т.е. для выражения числового значения длины уже потребовалось дробное число (мы взяли десятую долю первой единицы в качестве второй единицы измерения, чтобы можно было воспользоваться десятичными дробями).

2) Новая единица измерения не наложится целое число раз, т. е. точка  $B$  не совпадает с концом накладываемой единицы измерения. В этом случае получаем, например,  $5,3 < |AB| < 5,4$ , или в общем виде  $n,$

$n \leq |AB| \leq n + 1$ , где  $n \in \mathbb{N}$ , т.е. каждое из чисел 5,3 и 5,4 (« $n$ » и  $n + 1$ ) выражает приближенное значение длины отрезка  $AB$ , первое — с недостатком, второе — с избытком, и оба — с точностью до 0,1. Принимая любое из этих чисел за длину отрезка  $AB$ , мы допускаем погрешность, меньшую 0,1, а следовательно, в десять раз меньшую, чем та, которая получается, если принимать за приближенное значение длины этого отрезка натуральное число 5 или 6.

Если такая точность удовлетворительна, то процесс измерения можно считать законченным. В противном случае процесс продолжается, т.е. повторяется та же процедура, но уже применительно к новому остатку, отрезку  $A'B'$ , и с новой единицей измерения, длина которой, например, десятая доля прежней единицы, т.е.  $\frac{1}{10}$ . Заметим, что можно было бы принимать  $\frac{1}{72}$  и  $\frac{1}{2^x}$  тогда были бы получены приближенные значения длины в виде двоичных дробей.

В результате получаем, например, либо  $|AB| = 5,36$  ( $|AB| = n$ ,  $n \leq |AB|$ ), либо  $5,36 < |AB| < 5,37$  ( $n < |AB| < n + 1$ ), т.е. приближенные значения длины: 5,36 ( $n$ ,  $n \leq |AB|$ ) с недостатком, или 5,37 (и  $|AB| < n + 1$ ) с избытком, но уже с точностью до 0,01 или с погрешностью, в 100 раз меньшей, чем первые приближения с помощью натуральных чисел 5 или 6.

Если такая точность достаточна для решаемой задачи, то процесс измерения считается законченным, в противном случае он продолжается, т.е. процедура измерения повторяется применительно к новому остатку и с новой единицей измерения.

Естественно возникает вопрос: до каких пор может продолжаться процесс измерения?

Оказывается, вообще возможны два случая: 1) на каком-то этапе процесса измерения единица измерения уложится целое число раз на измеряемом отрезке; 2) ни на каком этапе процесса измерения это не случится и, следовательно, процесс измерения будет продолжаться бесконечно.

Последнее обстоятельство означает, что существуют так называемые несоизмеримые отрезки, например диагональ квадрата и его сторона. Если измерять диагональ квадрата стороной, т.е. принимая сторону квадрата за единицу измерения, то процесс измерения никогда не закончится, так как ни сама сторона квадрата, ни любая ее часть, полученная от деления стороны на целое число равных частей, не укладывается целое число раз в диагонали этого квадрата. В этом случае и рациональных чисел, т.е. целых и дробных, недостаточно для решения задачи измерения. В математике этот пробел устраняется дальнейшим расширением системы чисел с помощью введения иррациональных чисел. Как известно из школьной математики, иррациональные числа представляются в виде бесконечных десятичных непериодических дробей и образуют, таким образом, вместе с рациональными числами множество вещественных (или действительных) чисел, т.е. объединение множеств рациональных и иррациональных чисел.

Однако только теоретически процесс измерения может оказаться бесконечным. Практически же процесс измерения длин (и других величин) состоит из конечного числа шагов, что дает в результате приближенное значение измеряемой величины с любой требуемой степенью точности, зависящей от количества выполненных шагов в процессе измерения.

## 2.6. Алгоритмы

Что такое алгоритм

Воспитание детей с самого рождения, в частности воспитание дошкольников, включает усвоение ими разного рода правил и их строгое выполнение (правила утреннего туалета, одевания и раздевания, принятия пищи, перехода улицы и др.). Режим дня дошкольника представляет собой систему предписаний о выполнении детьми и воспитателем действий в определенной последовательности. Обучая детей счету, измерению длин, сложению и вычитанию чисел, уборке комнаты, посадке растений и т.д., мы сообщаем им необходимые правила о том, что и в какой последовательности нужно делать для выполнения задания. Организовывая разнообразные дидактические и подвижные игры, мы знакомим дошкольников с их правилами.

О всех видах деятельности, осуществляемых по определенным предписаниям, говорят, что они выполняются по определенным алгоритмам. С малых лет человек усваивает и исполняет в каждодневной жизни большое число алгоритмов, часто даже не зная, что это такое.

Что такое алгоритм? Нередко встречаются виды однотипных задач, например: сложение двух многозначных чисел; переход улицы, регулируемый или нерегулируемый светофором; измерение длины отрезка и т.д. Естественно возникает вопрос: существует ли достаточно общий способ, который можно было бы использовать для решения любой задачи данного вида однотипных задач?

Если такой общий способ существует, то его называют *алгоритмом* данного вида задач. Для каждого из приведенных выше видов задач имеется соответствующий алгоритм.

**1** Слово *алгоритм* происходит от имени известного математика IX в. аль-Хорезми, что означает «из Хорезма», впервые сформулировавшего правила выполнения арифметических действий над многозначными числами. Через труды аль-Хорезми в Европу проникли способы действий с числами в десятичной системе счисления, которые стали называть алгоритмами согласно латинской транскрипции имени ученого. В течение

столетий значение слова «алгоритм» постепенно обобщалось, и сегодня под алгоритмом понимают некоторый общий метод или способ, предписание, инструкцию, свод правил для решения за конечное число шагов любой задачи из определенного вида однотипных задач, для которого предназначен этот метод.

Для задачи сложения двух многозначных чисел известен способ сложения «в столбик», пригодный для сложения любых двух многозначных чисел, т. е. для решения любой частной задачи из этого вида однотипных задач.

Для задачи перехода улицы, например нерегулируемого светофором, можно сформулировать общий способ в виде следующего предписания, состоящего из 10 указаний, или *команд*:

1. Подойди к краю тротуара у знака перехода.
2. Стой.
3. Смотри налево.
4. *Если* идет транспорт слева, *то* перейди к указанию 2, *иначе* — к указанию 5.
5. Пройди до середины улицы.
6. Стой.
7. Смотри направо.
8. *Если* идет транспорт справа, *то* перейди к указанию 6, *иначе* — к указанию 9.
9. Пройди вторую половину улицы до противоположного тротуара.
10. Переход улицы закончен.

Интуитивно под *алгоритмом* понимают общепонятное и точное предписание о том, какие действия и в каком порядке необходимо выполнить для решения любой задачи из данного вида однотипных задач.

Это определение, разумеется, не является математическим определением в строгом смысле, так как в нем встречается много терминов, смысл которых хотя и интуитивно может быть ясен, но точно не определен («предписание», «общепонятное», «точное», «действие»). Однако оно представляет собой разъяснение того, что обычно вкладывается в интуитивное понятие алгоритма, а для наших целей этого вполне достаточно.

Какие же свойства характеризуют всякий алгоритм?

Анализ различных алгоритмов позволяет выделить следующие общие свойства, присущие алгоритмам:

а) *массовость*, т. е. алгоритм предназначен для решения не одной какой-нибудь задачи, а для решения любой задачи из данного вида однотипных задач;

б) *определенность* (или *детерминированность*), т. е. алгоритм представляет собой строго определенную последовательность шагов, или действий, он однозначно определяет первый шаг и каждый следующий шаг, не оставляя решающему задачу никакой свободы выбора следующего шага по своему усмотрению;

в) *результативность*: решая любую задачу из данного вида задач по соответствующему алгоритму, мы за конечное число шагов получаем результат. Разумеется, для различных частных задач одного вида число шагов может оказаться различным, но оно всегда конечно.

Алгоритм — одно из фундаментальных научных понятий, используемое и математикой, и информатикой — наукой, изучающей способы представления, хранения и преобразования информации с помощью различных автоматических устройств. Наличие алгоритма для осуществления некоторой деятельности является необходимым условием передачи этого вида деятельности различным автоматическим устройствам, роботам, компьютерам (от отпуска стакана газированной воды, продажи авиабилета с хранением и преобразованием информации о наличии свободных мест до управления сложными технологическими процессами, не говоря уже о выполнении огромных объемов вычислительной работы, связанной с решением сложных научно-технических задач).

Имеются различные формы записи или представления алгоритмов, предназначенные для различных исполнителей: словесные предписания, в том числе включающие различные формулы; наглядные блок-схемы, ориентированные на исполнителя-человека; программы, представляющие собой запись алгоритма на языке, понятном ЭВМ, т. е. языке программирования.

Здесь уместно уточнить, что означает выдвинутое требование «общепонятности» предписания, которым задается алгоритм. Это означает, что предписание должно быть сформулировано так, чтобы оно было одинаково понятно всем исполнителям той категории, на которую оно ориентировано. Это имеет чрезвычайно важное значение, в частности, при обучении маленьких детей. Например, приведенные выше предписания, задающие алгоритмы перехода улицы и измерения длины, не предназначены для обучения дошкольников. Для этой цели нужно сформулировать их на понятном детям языке, что и делает любой воспитатель, если, разумеется, он имеет соответствующую подготовку и понимает свои задачи.

Однако приведенные выше предписания составлены так, что они выявляют шаговую (дискретную) оперативно-логическую структуру алгоритмов. Поясним, что это означает.

1. Каждый алгоритм может быть представлен в виде последовательности шагов. Разумеется, понятие шаг является относительным. Один и тот же алгоритм можно по-разному представить в виде последовательности шагов, и не всегда отдельные шаги соответствуют элементарным действиям. Само понятие *элементарное действие* относительно: одно и то же действие может быть для одного ребенка, и не только ребенка, элементарным, для другого — неэлементарным (в результате чего и возникает необходимость в расчленении этого действия на другие, элементарные, действия).

Дискретность структуры алгоритма состоит в том, что для каждого шага можно указать однозначно непосредственно следующий за ним шаг.

2. В приведенных выше предписаниях можно различить два основных вида команд, а следовательно, два основных вида шагов, представленных этими предписаниями алгоритмов: простые команды, предписывающие выполнение некоторых действий («смотри влево», « пройди до середины улицы», «выбери мерку», «наложи мерку» и т. д.), и составные, определяющие разветвление процесса решения задачи в зависимости от выполнения или невыполнения некоторого условия («если идет транспорт слева, то перейди к указанию 2, иначе — к указанию 5»), называемые условными.

Условная команда имеет вид «если  $P$ , то  $A$ , иначе  $B$ ». Она предписывает следующий порядок действий: если условие  $P$  выполняется (истинно), то выполняется  $A$  (в нашем примере — возврат к указанию 2). Если же условие  $P$  не выполняется (ложно), что обозначается словом «иначе», то  $A$  пропускается и выполняется  $B$  (в нашем примере осуществляется переход к следующему указанию 5).

Условные команды можно записать сокращенно: «если  $P$ , то  $A$ », при этом подразумевается, что если условие  $P$  не выполняется, то осуществляется переход к следующей по порядку команде  $B$  приведенных выше примерах условные команды, если условие  $P$  выполняется, определяют повторение некоторых действий («стой», «смотри влево», «смотри вправо», «наложи мерку» и т. д.) определенное число раз (пока условие  $P$  выполняется). Такие процессы и соответствующие им алгоритмы, в которых некоторые действия повторяются, называются циклическими.

Если же алгоритм состоит из одних простых команд, то он называется линейным.

Таким образом, различают *линейные*, *разветвленные* и *циклические* алгоритмы.

Алгоритм можно наглядно представить в виде блок-схемы, состоящей из блоков и стрелок. Каждый шаг представляется с помощью блока. Блок, предусматривающий выполнение некоторого действия, изображается в виде прямоугольника, внутри которого записано соответствующее действие. Блок, представляющий логическое условие, изображается в виде ромба, внутри которого записано проверяемое условие. Если за шагом  $A$  непосредственно следует шаг  $B$ , то от блока  $A$  к блоку  $B$  проводится стрелка. От каждого прямоугольника исходит только одна стрелка, от каждого ромба — одна или две стрелки (одна с пометкой «да», идущая к блоку, следующему за логическим условием, если оно истинно, другая — с пометкой «нет», идущая к блоку, следующему за логическим условием, если оно ложно). Начало и конец изображаются овальными фигурами.

Алгоритмы, представленные выше с помощью словесных предписаний, могут быть представлены и с помощью блок-схемы, иными словами, эти предписания переводятся в блок-схемы.

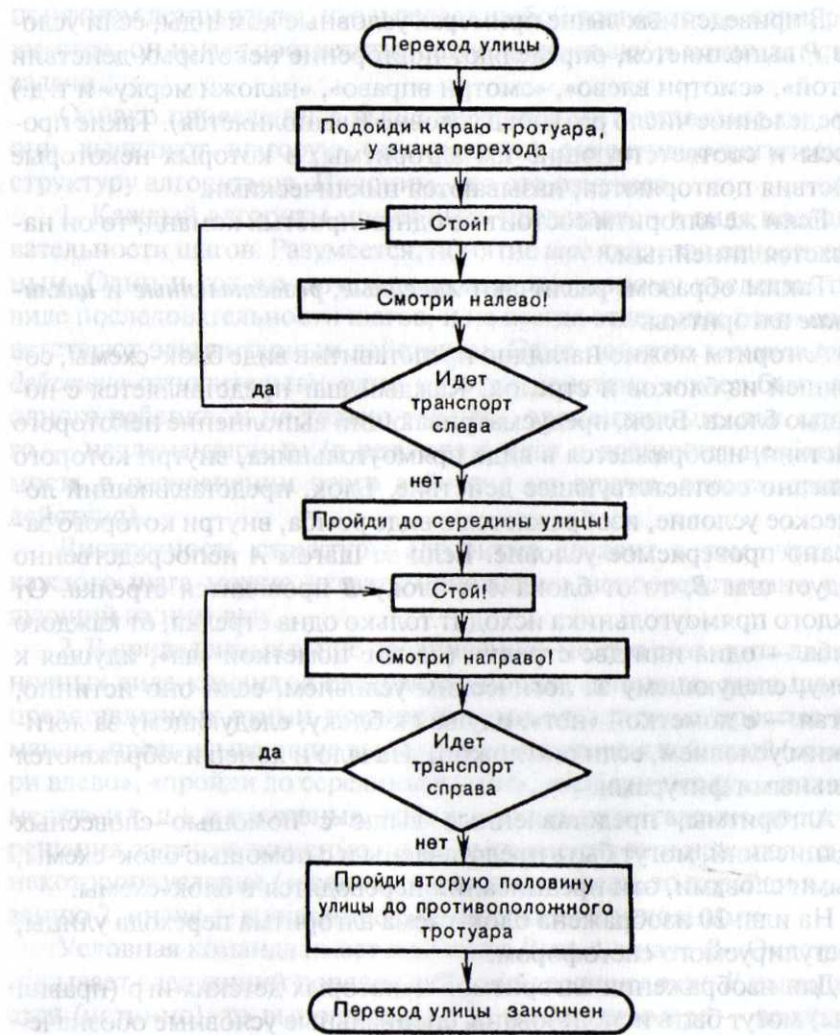
На илл. 20 изображена блок-схема алгоритма перехода улицы, нерегулируемого светофором.

Для изображения алгоритмов некоторых детских игр (правил игры) могут быть использованы специальные условные обозначения, которые легко разъясняются детям.

Приведем в качестве примера игру «Преобразование слов», моделирующую понятие *алгоритм преобразования слов в данном алфавите*.

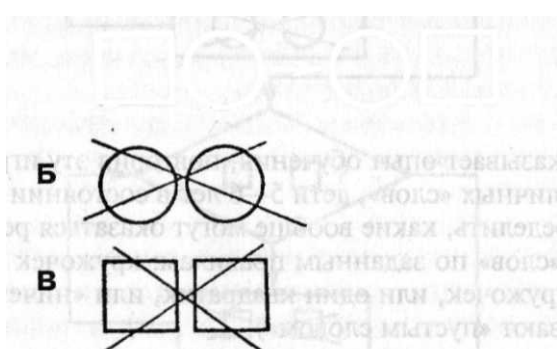
В этой игре, а по существу серии игр, буквы и слова необычные. Используется двухбуквенный алфавит, состоящий из двухразличных геометрических фигур, например квадратика и кружочка, или из цифр 0 и 1. Словами мы называем конечные цепочки из квадратиков и кружочков (во втором варианте конечные



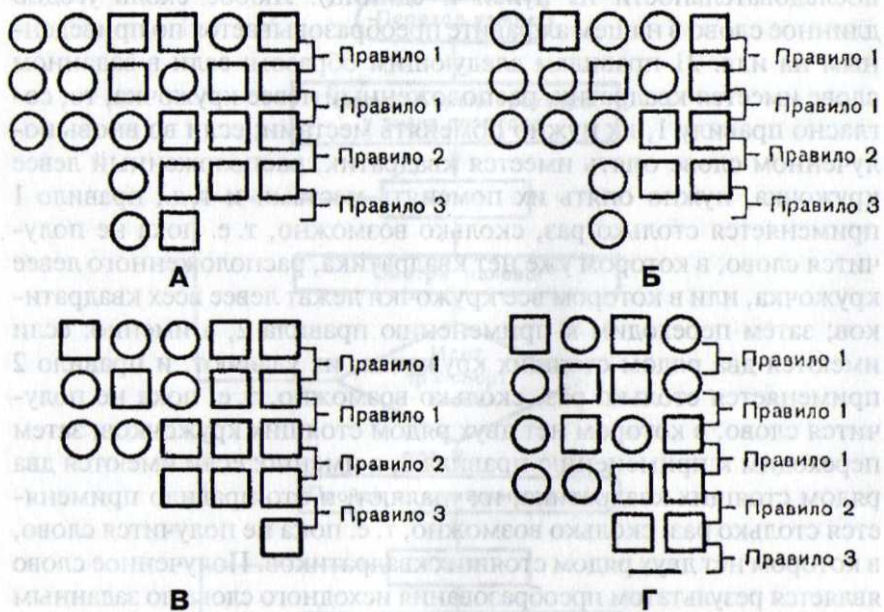


Илл. 20

последовательности из нулей и единиц). Любое сколь угодно длинное слово в нашем алфавите преобразовывается по приведенным на илл. 21 правилам следующим образом: если в заданном слове имеется квадратик, расположенный левее кружочка, то, согласно правилу 1, их нужно поменять местами; если во вновь полученном слове опять имеется квадратик, расположенный левее кружочка, нужно опять их поменять местами и т.д.; правило 1 применяется столько раз, сколько возможно, т. е. пока не получится слово, в котором уже нет квадратика, расположенного левее кружочка, или в котором все кружочки лежат левее всех квадратиков; затем переходим к применению правила 2, а именно: если имеются два рядом стоящих кружочка, их удаляют, и правило 2 применяется столько раз, сколько возможно, т. е. пока не получится слово, в котором нет двух рядом стоящих кружочков; затем переходим к применению правила 3, а именно: если имеются два рядом стоящих квадратика, их удаляют, и это правило применяется столько раз, сколько возможно, т. е. пока не получится слово, в котором нет двух рядом стоящих квадратиков. Полученное слово является результатом преобразования исходного слова по заданным правилам и способу их применения, определяющим вместе некоторый алгоритм преобразования слов в данном алфавите.



На илл. 22 показано преобразование четырех слов по этому алгоритму.

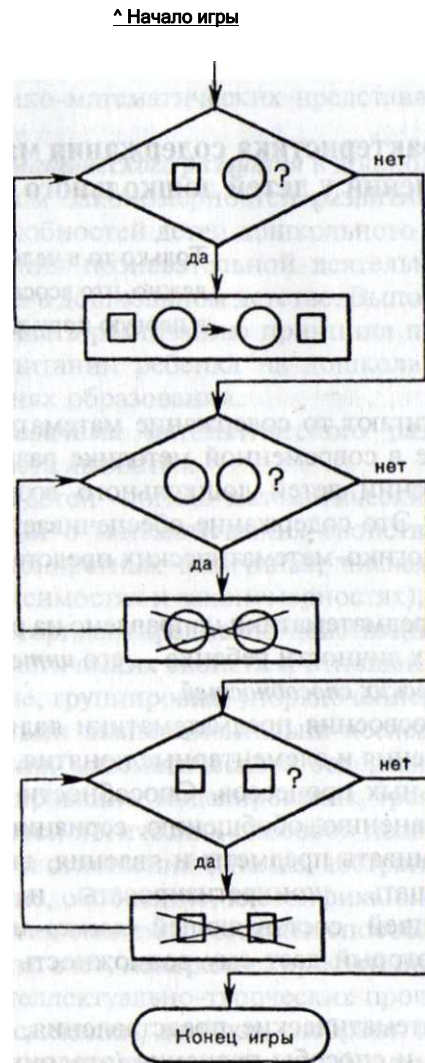


Илл. 22

Как показывает опыт обучения, повторив эту игру несколько раз для различных «слов», дети 5—6 лет в состоянии заранее правильно определить, какие вообще могут оказаться результаты сокращения «слов» по заданным правилам: кружочек и квадратик, или один кружочек, или один квадратик, или «ничего» (это «ничего» называют «пустым словом»).

Приведенные выше правила игры вместе с процедурой их применения могут быть изображены блок-схемой (илл. 23).

Умение применять разного рода алгоритмы, тем более умение предвидеть и обосновывать возможные результаты их применения — признак формирования свойственного для математика стиля мышления.



Илл. 23

Моделирование различных алгоритмов в виде детских игр открывает широкие возможности для формирования зачатков этого стиля мышления уже у дошкольников.

### Глава 3. Содержание и технологии развития математических представлений у детей дошкольного возраста

#### 3.1. Общая характеристика содержания математических представлений у детей дошкольного возраста

Только то в человеке прочно и надежно, что всосалось в природу его в первую пору жизни.

*Я. А. Коменский*

Малыши постигают то содержание математической направленности, которое в современной методике развития математических представлений детей дошкольного возраста именуется предматематикой. Это содержание обеспечивает развитие мышления, освоение логико-математических представлений и способов познания.

Содержание предматематики направлено на развитие важнейших составляющих личности ребенка — его *интеллекта* и *интеллектуально-творческих способностей*.



Результатами освоения предматематики являются не только знания, представления и элементарные понятия, но и общее развитие познавательных процессов. Способности к абстрагированию, анализу, сравнению, обобщению, сериации и классификации, умение сравнивать предметы и явления, выяснять закономерности, обобщать, конкретизировать и упорядочивать являются важнейшей составляющей *логико-математического опыта ребенка*, который дает ему возможность самостоятельно познавать мир.

Освоенные математические представления, логико-математические средства и способы познания (эталон, модели, речь, сравнение и др.) составляют первоначальный логико-математический опыт ребенка. Этот опыт является началом познания окружающей действительности, первым вхождением в мир математики.

*Целью и результатом* педагогического содействия математическому развитию детей дошкольного возраста является развитие интеллектуально-творческих способностей детей через освоение ими логико-математических представлений и способов познания.

*Задачи математического развития* в дошкольном детстве определены с учетом закономерностей развития познавательных процессов и способностей детей дошкольного возраста, особенностей становления познавательной деятельности и развития личности ребенка в дошкольном детстве. Выполнение этих задач должно обеспечивать реализацию принципа преемственности в развитии и воспитании ребенка на дошкольной и начальной школьной ступенях образования.

*Основными задачами* математического развития детей дошкольного возраста являются:

- развитие у детей логико-математических представлений (представлений о математических свойствах и отношениях предметов, конкретных величинах, числах, геометрических фигурах, зависимостях и закономерностях);
- развитие сенсорных (предметно-действенных) способов познания математических свойств и отношений: обследование, сопоставление, группировка, упорядочение, разбиение;
- освоение детьми экспериментально-исследовательских способов познания математического содержания (воссоздание, экспериментирование, моделирование, трансформация);
- развитие у детей логических способов познания математических свойств и отношений (анализ, абстрагирование, отрицание, сравнение, обобщение, классификация, сериация);
- овладение детьми математическими способами познания действительности: счет, измерение, простейшие вычисления;
- развитие интеллектуально-творческих проявлений детей: находчивости, смекалки, догадки, сообразительности, стремления к поиску нестандартных решений задач;
- развитие точной, аргументированной и доказательной речи, обогащение словаря ребенка;
- развитие активности и инициативности детей;
- воспитание готовности к обучению в школе: развитие самостоятельности, ответственности, настойчивости в преодолении трудностей, координации движений глаз и мелкой моторики рук, умений самоконтроля и самооценки.

*Содержание математического развития* детей дошкольного возраста определяется, наряду с целями и задачами, следующими важными факторами.

- Личностно-развивающая направленность содержания математического развития дошкольников должна являться эффективным средством развития интеллектуально-творческих способностей ребенка и содействовать развитию важнейшего личностного качества — самостоятельности в решении интеллектуальных задач.
- Направленность математического содержания, которое осваивает ребенок в дошкольном возрасте, является социализирующей. Накопленный логико-математический опыт ребенка обязательно станет его значимым личностным приобретением, если обеспечит ситуацию успеха в разных видах деятельности, требующих проявления интеллектуально-творческих способностей.
- Содержание математического развития дошкольников пропедевтично. Осваиваемое ребенком содержание должно позволить ему на чувственном, а затем и логическом уровне познать некоторые стороны действительности и развить те структуры мышления, на основе которых впоследствии будут формироваться основные математические понятия.
- Осваиваемое содержание должно соответствовать возрастным и индивидуальным возможностям дошкольников, быть ориентированным на зону их ближайшего развития.

В качестве основных структурных компонентов содержания математического развития дошкольников выступают логико-математические представления и способы познания, которые представлены в таблице 3 в порядке усложнения.

Реализация обозначенных задач возможна на адекватном им содержании. Первым и важнейшим компонентом содержания математического развития дошкольников являются свойства и отношения. Значимость и необходимость выделения этого компонента обусловлена прежде всего тем, что:

- математические понятия отражают определенные свойства действительности (число — количество, геометрическая фигура — форму, протяженность в пространстве — длину и т.д.); движение к постижению математических понятий начинается с познания соответствующих свойств и отношений;
- умственные действия со свойствами и отношениями — доступное и эффективное средство логико-математического развития детей и их интеллектуально-творческих способностей.

В процессе разнообразных действий с предметами дети осваивают такие свойства, как форма, размер (протяженность в пространстве), количество, пространственное расположение, длительность и последовательность, масса. Первоначально в результате зрительного, осязательно-двигательного, тактильного обследования, сопоставления предметов дети обнаруживают и выделяют в предметах разные их свойства. Дети сравнивают отдельные предметы и группы предметов по разным свойствам, упорядочивают объекты по разным основаниям (например, по возрастанию или убыванию их размера, емкости, тяжести и т. д.), разбирают совокупности на группы (классы) по признакам и свойствам. В процессе этих действий дошкольники обнаруживают отношения сходства (эквивалентности) по одному, двум и более свойствам и отношениям порядка. При этом они учатся оперировать «в уме» не с самим объектом, а с его свойствами (абстрагируют отдельные свойства от самого предмета и от его других, незначимых для решения задачи свойств). Таким образом формируется важнейшая предпосылка абстрактного мышления — способность к абстрагированию.

В процессе осуществления практических действий дети познают разнообразные *геометрические фигуры* и постепенно переходят к группировке их по количеству углов, сторон, вершин. У детей развиваются конструктивные способности и пространственное мышление. Они осваивают умение мысленно поворачивать объект, смотреть на него с разных сторон, расчленять, собирать и видоизменять его.

В познании *величин* дети переходят от непосредственных (наложение, приложение, сравнение «на глаз») к опосредованным способам их сравнения (с помощью предмета-посредника и измерения условной меркой). Это дает возможность упорядочивать предметы по их свойствам (размеру, высоте, длине, толщине, массе и другим). Ребенок убеждается в том, что одни и те же свойства в разных объектах могут иметь как одинаковую, так и разную степень выраженности (равные или разные по толщине и т. д.).

*Пространственно-временные представления* (наиболее сложные для ребенка-дошкольника) осваиваются через реально представленные отношения (далеко — близко, сегодня — завтра). Познание этих отношений осуществляется в процессе анализа реальной жизненной обстановки, разрешения проблемных ситуаций, решения специально разработанных творческих задач и моделирования.

*Познание чисел и освоение действий с числами* — важнейший компонент содержания математического развития. Посредством числа выражаются количество и величины. Опираясь только числами, которые являются показателями количеств и величин объектов окружающей действительности, сравнивая их, увеличивая, уменьшая, можно делать выводы о точном состоянии объектов действительности.

Ребенок-дошкольник постигает сущность числа и действие с числами на протяжении длительного периода. Первоначально малыши выделяют один или два предмета, сравнивают практически путем два множества. В этот же период или несколько позже дети овладевают счетом. Счет является способом определения численности множеств и способом их опосредованного сравне-

но

ния. В процессе счета дети постигают число как показатель мощности множества. Сосчитывая разные по размеру, пространственному расположению предметы, дети приходят к пониманию независимости числа от других свойств предметов и совокупности в целом. Знакомятся с цифрами, знаками для обозначения чисел.

Решая арифметические задачи, дети осваивают специальные приемы вычислительной деятельности, например присчитывание и отсчитывание по единице.

На основе сложившегося логико-математического опыта ребенку 5—6 лет становятся доступными познание *связей, зависимостей* объектов, закономерностей, оценка различных состояний и преобразований. Ребенок определяет порядок следования; находит фигуру, пропущенную в ряду фигур; понимает и исправляет ошибки; поясняет неизменность или изменение состояния объектов, веществ; следует алгоритмам и составляет их самостоятельно.

### 3.2. Способы познания свойств и отношений в дошкольном возрасте

Основными способами познания таких свойств, как форма, размер и количество, которые ребенок осваивает уже в дошкольном возрасте, являются сравнение, сериация и классификация.

## Познание формы, размера, количества в процессе сравнения

*Сравнение* — первый способ познания свойств и отношений, который осваивают дети дошкольного возраста и один из основных логических приемов познания внешнего мира.

Познание любого предмета начинается с того, что мы его отличаем от всех других и в то же время находим его сходство с другими объектами. В процессе установления различий выявляются свойства отдельных предметов или же их групп. Каждая группа свойств связана со специфическими познавательными действиями. Так, установление сходства и различий по цвету является результатом зрительного обследования объектов, по форме — зрительного и осязательно-двигательного обследований, по размеру — зрительного, тактильного, осязательно-двигательного обследований и измерения, по количеству — зрительного и тактильного обследований счета.

В результате сравнения дети обнаруживают, что среди предметов, которые их окружают, есть разные, не похожие друг на друга, а есть одинаковые. Первоначально дети выделяют «сенсорные» различия, т. е. такие, которые делают предметы внешне не похожими друг на друга. Эта непохожесть может быть обусловлена цветом, формой, размером, пространственным расположением частей, вкусовыми, температурными, тактильными и другими свойствами. В процессе манипуляций с предметами дети открывают их свойства. Чем больше ребенок находит различий между объектами, тем больше свойств он обнаруживает и тем более дифференцированным становится его восприятие.

Постепенно ребенок открывает для себя, что не только отдельные предметы могут быть похожими или не похожими по каким-либо признакам друг на друга, но и одна группа предметов может быть похожей на другую или отличаться от нее. Так, подсолнухи, яблоки, помидоры имеют круглую форму, а огурцы и кабачки — овальную. В результате развивается способность выделять свойство группы и сравнивать между собой группы предметов. Такая способность является необходимым условием для перехода к познанию существенных признаков предметов и явлений. Ребенок стремится найти такой признак, благодаря которому один класс объектов отличается от другого (например, деревья — от кустов, автобусы — от троллейбусов, треугольники — от квадратов и т.д.).

Успешность познания количества и количественных отношений групп предметов зависит от овладения приемами сравнения.

Сравнивать предметы можно «на глаз». Дети первоначально прибегают к этому самому простому, но не всегда результативному приему сравнения. Более эффективными являются приемы *непосредственного* сравнения (*наложение, приложение, соединение линиями*) и *опосредованного* сравнения *с помощью предмета-посредника*. В основе этих приемов лежит установление взаимнооднозначного соответствия между элементами двух множеств. В результате практических или графических действий дети образуют пары из предметов разных групп. К более сложным и точным опосредованным приемам сравнения по количеству и размеру относятся *счет* и *измерение* условной меркой.

Одним из первых дети осваивают прием *наложения*. Этот прием позволяет обнаружить сходство и различие по количеству, размеру, форме, цвету и другим признакам. Для сравнения двух групп предметов по количеству каждый предмет одной группы дети поэлементно накладывают на предметы другой группы. Так, чтобы узнать, поровну ли конфет и печений, дети на каждое печенье накладывают по одной конфете. Для сравнения полосок по размеру (длине, ширине) одну полоску накладывают на другую, совмещая края полосок с одной стороны. Наложив одну геометрическую фигуру на другую (например, круг на квадрат), понимают, чем они отличаются друг от друга.

*Приложение* — более сложный прием сравнения. Сущность этого приема заключается в пространственном приближении сравниваемых предметов друг к другу (при этом изначально предметы пространственно разделены). В этом случае ребенку сложнее обнаружить сходство или различие между группами предметов.

В ситуациях, когда сравниваемые предметы нельзя пространственно приблизить друг к другу, используются приемы соединения их линиями или предметы-посредники. *Соединение линиями* применяется при сравнении групп предметов по количеству. Например, чтобы правильно ответить на вопрос: всем ли куклам сшили новые платья, нужно попарно соединить линиями рисунки кукол и платьев.

*Сравнение с помощью предметов-посредников* имеет место в случаях, когда вышеперечисленные приемы применить нельзя (сравниваемые предметы находятся на большом расстоянии и их нельзя перемещать). Для того чтобы узнать, одинаковые ли длины имеют стол воспитателя и детская кровать в спальне, дети используют третий предмет — посредник (веревку, палку, ленту). Посредник должен быть длиннее обоих сравниваемых предметов или равным по длине большему предмету. Ребенок поочередно прикладывает предмет-посредник к сравниваемым протяженностям и фиксирует на нем карандашом или фломастером длину каждого предмета. Затем он сравнивает «перенесенные» на предмет — посредник длины и делает вывод о том, что длиннее (стол воспитателя или детская кровать). Аналогично с помощью предмета-посредника сравнивается емкость сосудов.

При сравнении совокупностей предметов по количеству в качестве посредника используется третья совокупность предметов. Для того чтобы узнать, чего на участке больше — деревьев или кустарников, дети возле каждого дерева кладут по игрушке. Затем собирают их и заново раскладывают по одной возле каждого кустарника. Лишние игрушки «говорят» о том, что деревьев больше; недостаток игрушек — о том, что кустарников больше. Если возле каждого кустарника лежит игрушка, лишних игрушек нет, значит, деревьев и кустарников поровну.

Самые сложные способы сравнения, которыми овладевают дети дошкольного возраста, — это счет и измерение. Они относятся к опосредованным способам сравнения. При их использовании выводы об отношениях между сравниваемыми объектами делаются на основе сравнения чисел, выражающих размер или количество объектов. Например, чтобы узнать, чего больше — яблок или груш, дети посредством счета определяют число яблок (например, 8 штук) и число груш (7 штук). Сравнивая полученные в результате счета числа (8 и 7), они устанавливают, что яблок больше на одно. Аналогичным образом дети определяют отношения между предметами по конкретным величинам с помощью измерения. Вывод о том, какой объект длиннее, короче, выше, ниже, тяжелее, легче и т. д., дети делают, сравнивая числа, которые выражают результаты измерений.

Таким образом, используя разные приемы сравнения, дошкольники познают свойства (форму, количество, размер), а также отношения равенства, подобия и порядка.

### **Сериация как способ познания размера, количества, чисел**

*Сериация* (упорядочивание множества) осуществляется на основе выявления некоторого признака предметов и их распределения в соответствии с этим признаком. Сериационные ряды строятся в соответствии с правилами. Правило определяет, который элемент из двух (произвольно взятых) предшествует другому элементу. Основными характеристиками упорядоченного ряда являются неизменность и равномерность направления нарастания (или убывания значения) признака, на основе которого строится ряд.

Например, если из двух объектов меньший всегда должен предшествовать большему, то множество упорядочивается в направлении от самого меньшего к самому большому элементу. Так, ленты раскладывают от самой короткой к самой длинной, чашки расставляют от самой низкой к самой высокой и т. д.

Сериация как способ познания свойств и отношений позволяет:

- выявить отношения порядка;
- установить последовательные взаимосвязи: каждый следующий объект больше предыдущего, каждый предыдущий — меньше следующего (или наоборот: каждый следующий объект меньше предыдущего, каждый предыдущий — больше следующего);
- установить взаимнообратные отношения: любой объект упорядоченного ряда больше предыдущего и меньше следующего (любой объект упорядоченного ряда меньше предыдущего и больше следующего);
- открыть закономерности следования и порядка.

Дети дошкольного возраста осваивают сериацию в процессе выстраивания по порядку конкретных предметов. Исходным условием для овладения сериацией является освоенность сравнения.

Для выполнения сериации необходимо:

- выявить основание сериации, т. е. выделить признак (конкретную величину), по которому необходимо упорядочить предметы (размер, длина, масса и пр.);
- определить направление ряда (по нарастанию или по убыванию величины);
- выбрать из всех имеющихся предметов (в соответствии с направлением ряда) начальный элемент (самый маленький или самый большой);
- для продолжения ряда каждый раз из оставшихся предметов выбирать самый маленький (большой).

Усложнение сериационных заданий обеспечивается путем:

- постепенного увеличения числа объектов, которые необходимо упорядочить;
- уменьшения величинных различий между соседними элементами ряда;
- увеличением числа различительных признаков в предметах сериации (что способствует развитию умения абстрагировать свойства не только от самих предметов, но и от других свойств).

В практике используются различные сериационные дидактические материалы: рамки-вкладыши, игрушки-вкладыши (матрешки, кубы, бочонки и др.), сериационные наборы М. Монтессори для упорядочивания предметов по разным признакам (цвету, запаху, размеру, различным протяженностям и др.).

Палочки Кюизенера (цветные числа) и цветные полоски, построенные по такому же принципу, различаются не только длиной, но и цветом. При этом все палочки одинаковой длины имеют одинаковый цвет. Количество палочек в наборе таково, что позволяет строить два разнонаправленных ряда: один — по

нарастанию длины, другой — по убыванию. Чтобы построить ряд, ребенку всегда необходимо абстрагировать длину от более сильного в плане непосредственного восприятия свойства — цвета палочки.

Дети осваивают сериацию через систему следующих игровых упражнений:

- построение сериационного ряда по образцу;
- продолжение начатого ряда;
- построение сериационных рядов по правилу с заданными крайними элементами;
- построение рядов по правилу от начальной точки;
- построение по правилу с самостоятельным определением начальной точки ряда;
- построение ряда от любого элемента;
- поиск пропущенных элементов ряда.

Первые упражнения (первый шаг в освоении сериации) должны помочь детям *выделить основание сериации*, т. е. тот признак, по которому можно упорядочивать, и осознать *неизменность направления* нарастания (или убывания) значения признака предметов. Материал для этих упражнений может быть самым разнообразным, но при подборе предметов должны соблюдаться следующие условия:

- предметы сначала различаются только упорядочиваемыми свойствами (высотой, длиной, яркостью цвета, размером и т. д.), затем — дополнительными свойствами (разные по высоте и цвету, по цвету и форме);
- количество предметов равно трем.

Первые сериационные задания дети выполняют по образцу, которым является готовый сериационный ряд. Образец демонстрирует, значение какого признака и в каком направлении меняется. Ребенку необходимо выделить этот признак, направление его изменения и соответственно построить такой же ряд из других предметов. В рамках-вкладышах образцом сериационного ряда являются отверстия для вкладывания предметов (квадратов разного размера, цилиндров разного диаметра, силуэтов елок разной высоты и др.).

Предметы, которые упорядочивает сам ребенок, должны обязательно отличаться от предметов в образце. К примеру, если образец — ряд матрешек разного размера, то ребенок упорядочивает новые платья для них; если образец — ряд чашек, то ребенок упорядочивает блюдца и т. д. Такой подбор предметов способствует абстрагированию признака (основания сериации) от самих предметов.

Сначала дети строят сериационные ряды *по нарастанию признака*. В первую очередь используются дидактические наборы без дополнительных различительных признаков (рамки-вкладыши, игрушки-вкладыши, предметы быта, игрушки, фигуры), затем — с дополнительными признаками различия (палочки Кюизенера, цветные полоски и др.). По ходу совместных игровых упражнений взрослый побуждает детей рассказывать о порядке действий. Какую полоску нужно положить сначала, чтобы получилась лесенка (ответ — самую короткую)? Какая полоска будет следующей (ответ — немного длиннее)? Какая полоска будет последней (ответ — самая длинная)?

В следующих упражнениях (второй шаг в освоении сериации) число упорядочиваемых предметов увеличивается до пяти.

Дети строят ряды как *по нарастанию величины*, так и *по ее убыванию*. Используются разнообразные упражнения на построение рядов: по образцу, с заданными крайними элементами, от заданной начальной точки (первый предмет ряда находится перед детьми), продолжение начатого ряда. Взрослый помогает детям усвоить правило выбора предмета для построения ряда: каждый раз из оставшихся предметов нужно выбирать самый маленький (короткий, низкий, тонкий и т. п.) или самый большой (длинный, высокий, толстый и т. п.).

В упражнениях на построение рядов *с заданными крайними точками* обозначается только начало и конец ряда. Например: лесенка, в которой только две дощечки: первая, самая длинная, и последняя, самая короткая; первый, самый высокий, и последний, самый низкий, ребенок в ряду; самая маленькая и самая большая планета и др. Дети определяют направление ряда и достраивают его.

Затем дети строят ряды по правилу *от заданной начальной точки*, которая может находиться и в середине ряда. В таких упражнениях ребенку сложнее выделить направление ряда. Выполнение подобных упражнений позволяет детям успешно перейти *к самостоятельному построению* всего ряда, т. е. самостоятельно определить направление ряда, правильно найти первый предмет ряда и построить его до конца.

Дети исправляют ошибки как в готовых реальных рядах, так и в нарисованных картинках. В таких рядах отдельные предметы находятся не на своем месте. Задача ребенка — обнаружить ошибку и исправить ряд. В результате подобных упражнений дети прочнее осваивают свойства ряда: неизменность направления и равномерность нарастания (убывания) ряда.

Дети анализируют как готовые, так и самостоятельно построенные ряды. Например, в построенных рядах дети находят все предметы, которые меньше указанного предмета, и все, которые больше его. Такие задания помогают дошкольникам подготовиться к построению рядов от любых их элементов.

В дальнейшем дети упорядочивают до 10 и более предметов в ряду (третий шаг в освоении сериации). Строят сериационные ряды из палочек Кюизенера и цветных полосок как по нарастанию, так и по убыванию значений одного и более признаков. Каждый построенный ряд анализируют с целью выявления **относительности** величины. Для этого взрослый предлагает ребенку выбрать любой предмет ряда и сравнить его с предметами, расположенными слева и справа.

На этом этапе дети упорядочивают предметы от любого элемента ряда, что является очень сложной задачей. Для ее решения требуется:

- выделить сразу два направления построения ряда (одну часть ряда нужно строить по нарастанию признака, другую — по его убыванию);
- разделить все предметы на две группы (те, которые больше, чем образец, и те, которые меньше образца);
- построить одну часть ряда (по нарастанию или же по убыванию значения признака), затем — другую (в обратном направлении изменения значения признака).

В процессе таких упражнений развивается способность «двигаться по ряду» в двух направлениях. В результате ребенок лучше осознает относительность признака и выделяет транзитивность как свойство отношения порядка (если розовая палочка длиннее белой, а синяя длиннее розовой, то синяя длиннее белой).

Усложняются упражнения на *исправление неправильных рядов* реальных предметов или их изображений на картинках. Теперь в неправильных рядах единичные элементы пропущены в разных местах ряда или отсутствуют 2—3 элемента, непосредственно следующие друг за другом. Дети исправляют ошибки в рядах: находят пропущенные элементы.

С помощью палочек Кюизенера дети начинают упорядочивать числа. Величина каждого числа наглядно представлена длиной палочки (самая короткая (1 см) — число 1, длиннее (2 см) — число 2, еще длиннее (3 см) — число 3 и т. д.). Цвет также выполняет функцию обозначения конкретного числа (белый — число 1, розовый — число 2, голубой — число 3, красный — число 4 и т. д.).

Дети исследуют упорядоченные ряды цветных палочек и устанавливают, что:

- каждая следующая палочка длиннее предшествующей на одну белую палочку;
- каждая предшествующая палочка короче следующей за ней на одну белую палочку.

В результате таких действий формируется представление о том, что каждое следующее число в натуральном ряду чисел на 1 больше предшествующего и, наоборот, каждое предшествующее число на 1 меньше непосредственно следующего за ним числа.

Исправления деформированных рядов палочек Кюизенера (с перестановкой рядом стоящих палочек, с пропущенными палочками) развивают у детей представление о числе.

В результате последовательных разнообразных упражнений дошкольники осваивают сериацию как способ познания свойств (размера, количества, чисел). С помощью этого способа они открывают отношение порядка, познают свойства упорядоченного множества, упорядочивают объекты по разным величинам, готовятся к решению сложных задач, в основе которых лежит отношение порядка.

### **Классификация как способ познания свойств и отношений**

Классификация — один из важнейших способов познания окружающей действительности. В ее основе лежит разбиение. **Разбиение** является логическим действием, суть которого состоит в разбивке непустого множества на непересекающиеся и полностью покрывающие его подмножества. Образованные подмножества именуются классами. При этом в каждый класс входит хотя бы один элемент множества и ни один из элементов множества не может входить сразу в два или более классов. **Классификация** — распределение элементов множества по классам. В процессе классификации выявляются и устанавливаются отношения эквивалентности по определенным свойствам. Классификация позволяет познать общие характеристические свойства классов и отношения между классами.

#### ***Познание свойств групп и отношений между группами в процессе классификации предметов по признакам***

Классификация по признакам — сложное умственное действие, которое включает:

- выделение оснований классификации (общих признаков предметов), по которым будет производиться разбиение;
- распределение объектов с разными свойствами в разные классы;
- объединение объектов с одинаковыми (тождественными) свойствами в одно целое (класс).

Первым шагом в освоении детьми классификации является **образование групп предметов**, т. е. выделение из совокупности предметов тех, которые обладают одинаковыми свойствами, и объединение их в группу. Например, из множества геометрических фигур дети выбирают все круглые фигуры (и образуют из

них группу), из множества игрушек — все маленькие игрушки и т. д. В процессе разнообразных упражнений по образованию групп предметов на основе разных свойств и названия общего свойства группы у детей развивается способность к обобщению. Сначала дети осваивают умение образовывать группы на основе одного свойства (все желтые фигурки), затем на основе двух, трех и более свойств (все красные квадратные фигуры, все большие треугольные синие фигуры и т. д.). Чем больше отличительных свойств имеют объекты, тем больше активизируется способность ребенка к абстрагированию, т. е. к отличению значимых для решения задачи свойств от остальных. Чтобы выделить из логических блоков группу по одному свойству, ребенок должен отличить это свойство от остальных трех. Так, чтобы образовать группу всех квадратных блоков, ему нужно абстрагировать форму от цвета, размера и толщины блока и собрать вместе все квадраты (синие, желтые, красные, большие и маленькие, толстые и тонкие). В результате упражнений на образование групп дети осваивают умение объединять вместе объекты с одинаковыми свойствами и выделять общее свойство группы.

Вторым шагом в освоении детьми классификации является **распределение предметов с разными свойствами в разные группы**. В игровых упражнениях и игровых обучающих ситуациях взрослый задает основание и указывает общие свойства каждой группы. Например, перед детьми — три ведерка (красное, желтое, синее). Нужно разложить все игрушки по цвету: в красное ведерко собрать все красные игрушки, в желтое — все желтые, в синее — все синие. В другом игровом упражнении детям предлагают 3 большие фигуры, серединку цветка (круг, квадрат, треугольник) и много таких же маленьких фигур — лепестков. Нужно собрать цветы — вокруг каждой большой фигуры (серединки цветка) выложить такие же по форме маленькие фигуры. В приведенных упражнениях общие свойства каждой группы обозначаются с помощью цвета ведер и форм больших фигур. Общее свойство каждой группы взрослый может обозначить по-разному, например словом или знаком. При выполнении этих упражнений важно, чтобы дети называли не только общие свойства групп (все круглые, все квадратные, все треугольные), но и основания распределения предметов по группам (разложили по форме, по размеру и т. д.), а также число полученных групп (разделили фигуры по форме и получили 3 группы: круглые, квадратные и треугольные фигуры).

В ходе таких упражнений дети усваивают, что любые два объекта одной группы одинаковы по общему свойству, а любые два предмета из разных групп — различны.

Следующим (**третьим**) шагом в освоении классификации являются упражнения, которые помогают детям самостоятельно обнаруживать общие свойства классов. Задание, которое получают дети, состоит в том, чтобы разделить (разложить) все предметы по указанному признаку (цвету, длине, толщине и т. д.), определить количество полученных групп, назвать общее свойство каждой группы.

При выполнении таких упражнений полезными окажутся логические блоки Дьенеша — наборы предметов разных цветов и форм (см. илл. 1 цв. вкладки). Например, в игровом упражнении «Засели домик» ребенок получает карточку-домик (илл. 24). На ней нужно «расселить» блоки так, чтобы в каждой «комнате» все блоки были одинаковыми по цвету; затем назвать, какие блоки в каждой «комнате» и сколько. Эти же блоки в других упражнениях (по форме, по размеру, по толщине),



плл. ^ " --- 24 При каждом новом основании разбиения меняются общие (характеристические) свойства классов. **Четвертый** шаг в освоении детьми классификации — упражнения, которые помогают ребенку самостоятельно найти основание классификации. Задача, стоящая перед ребенком, заключается в том, чтобы разделить любую совокупность так, чтобы вместе оказались все одинаковые предметы. Например, взрослый предлагает детям несколько домиков для «расселения» блоков (илл. 25).

Каждый ребенок должен сначала ре- I I шить, как он «расселит» блоки, а затем выбрать тот домик, который для этого подходит. Условия «расселения»: все . ----- . ----- . ----- . блоки должны попасть в дом; в каждой комнате должны «жить» только одинако- | | | | вые блоки; в доме не должно быть пустых комнат.

Таким образом, в процессе освоения классификации ребенок движется от----- умения объединять вместе предметы с Илл. 25 одинаковыми свойствами и выделять общие свойства группы к умениям распределять предметы с разными свойствами в разные группы; разбивать совокупность на группы по заданному основанию классификации; выделять основание классификации.

Упражнения на классификацию дети могут выполнять на разном предметном материале (игрушки, предметы быта, природный материал, геометрические фигуры и пр.). Но не всегда, к сожалению, такой материал может включать в действие абстрагирование одних свойств от других. В то же время любая задача на классификацию с логическими блоками требует от ребенка умения «абстрагировать» одни свойства от других. Если основанием классификации является форма, то нужно ее отвлечь от цвета, размера, толщины блоков; если же размер основанием является, не нужно обращать внимание на форму, цвет, толщину блоков. Логические блоки и материалы, сконструированные по их типу, являются незаменимыми в освоении детьми классификации — важнейшего способа познания свойств и отношений.

Степень сложности задач на классификацию, а следовательно, их развивающий потенциал зависит:

- от количества признаков, по которым осуществляется группировка (один, два, три); чем больше признаков, тем сложнее задача;
- от числа различительных свойств в каждом предмете той совокупности, которая разбивается на группы; чем больше различительных свойств в предметах, тем труднее абстрагировать одни свойства от других.

В результате классификации по общим признакам предметов дети познают общие свойства классов, отношения между частью и целым, отношения включения между классами.

### ***Классификация по совместимым свойствам как способ развития предпосылок логико-математического мышления детей старшего дошкольного возраста***

Классификация по совместимым свойствам является доступным способом развития у старших дошкольников способности к логико-математическому мышлению. В основе такой классификации лежит разбиение множеств по совместимым свойствам, т. е. таким свойствам, которые одновременно присутствуют в объекте. Доступным для старших дошкольников данный вид классификации делает специально сконструированный для этих целей дидактический материал (который мы уже упоминали ранее) — логические блоки. Набор логических блоков обеспечивает выполнение классификации по совместимым свойствам в плане внешних предметных действий группировки, т. е. распределения предметов по группам. Процесс и результаты группировки логических блоков отражают характер протекания умственного действия классификации.

Выполнение классификации по совместимым свойствам всегда требует устойчивого абстрагирования заданных свойств, анализа и объединения объектов в группы на основе наличия (или отсутствия) этих свойств в каждом из объектов классификации. Анализ свойств осуществляется с помощью логических операций «не» (отрицание), «и» (конъюнкция), «или» (дизъюнкция). Так, чтобы классифицировать логические блоки на основе свойств *быть круглым* и *быть желтым*, необходимо:

- провести анализ каждого блока (круглый или не круглый, желтый или не желтый);  
обнаружить все возможные варианты сочетания этих свойств (круглые и желтые, круглые и не желтые, желтые и не круглые, не желтые и не круглые) объединить (сгруппировать) вместе все круглые и желтые блоки, все круглые и не желтые блоки, все желтые и не круглые блоки, все не желтые и не круглые.  
Эффективным средством развития у детей способности классифицировать объекты по совместимым свойствам являются игры с блоками и обручами, разработанные профессором А. А. Столяром. В современной практике логико-математического развития дошкольников успешно применяются «жизненные» логические материалы, сконструированные по принципу логических блоков (наборы бабочек, листьев, цифр и др.), и разнообразные варианты методически реконструированных игр с обручами.

Освоение классификации по совместимым свойствам осуществляется поэтапно. На первом этапе дети разбивают множество на классы на основе одного свойства. Для выполнения этого действия ребенку необходимо вычленить обозначенное свойство в предметах классификации; абстрагировать его от других свойств; установить, присутствует ли указанное свойство в каждом предмете; объединить в одну группу все предметы, обладающие указанным свойством, в другую — все предметы, не имеющие данного свойства. Важнейший результат освоения детьми классификации по одному свойству — развитие представлений о логической операции отрицания.

Освоение детьми классификации по одному свойству происходит в игровых упражнениях с одним обручем. Для этого на полу размещается обруч (илл. 26).



Предварительно определяют область, которая находится внутри обруча, и место, которое не попадает в обруч (за обручем, вне обруча). Дети получают, например, такое задание: разложить все блоки на полу так, чтобы в обруче оказались все красные предметного дошкольного легкостью обруча всего которые здесь требуется

определяются так, блоки. действия возраста назы- (все обозначить оказались

область, которая находится (за обручем, задание: разложить все блоки чтобы в обруче оказались все Выполнение такого для детей старшего не составляет труда. Дети с вают, какие блоки оказались в красные). Однако сложнее общее свойство тех блоков, за обручем, так как именно

Илл. 26



включение логической операции отрицания. Общее свойство всех блоков, оказавшихся вне обруча (все не красные), не имеет сенсорного образца (эталона). Более того, в эту группу могли бы попасть блоки любого другого цвета, кроме красного. Встав перед необходимостью назвать все блоки за обручем одним словом, дети находят для этого разные, но не точные слова (другие, разные, всякие). Решение задачи оказывается невозможным на уровне оперирования образами предметов или сенсорными эталонами свойств. Самостоятельный, достаточно длительный и сложный поиск правильного слова для характеристики группы блоков, оказавшихся за обручем, связан с переходом ребенка на логический уровень мышления. Взрослый помогает сделать этот шаг с помощью вопросов «Какие блоки попали в обруч?», «Есть ли среди блоков за обручем хотя бы один красный?», «Чем они все отличаются от тех, что находятся в обруче?»

Показателем перехода на логический уровень мышления является включенная в действие логическая операция отрицания. Ребенок самостоятельно с ее помощью указывает общее свойство блоков за обручем (*не* красные, *не* крупные, *не* синие и т.д.). В каждом новом игровом упражнении обязательно меняется свойство — основание классификации (квадратные, желтые, треугольные, круглые, синие и т.д.).

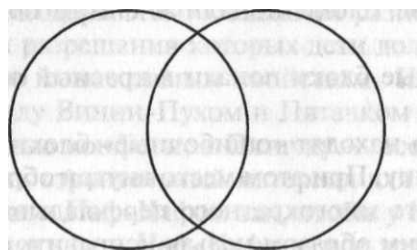
Обруч и блоки в игровых упражнениях могут образно «опредмечиваться». Так, обруч может быть планетой, блоки — обитателями вселенной; обруч — морем, блоки — рыбами; обруч — блюдом, блоки — конфетами; обруч — машиной, блоки — строительным материалом. В соответствии с игровым действием обруч можно заменить другим предметом (машинкой, игрушкой, платком и пр.). Образное «опредмечивание» материала уместно при слабо выраженной познавательной мотивации детей и способствует активизации мыслительной деятельности.

Технология организации игровых упражнений на освоение классификации по одному свойству включает следующие шаги:

- 1) предъявление задачи (разложить все блоки так, чтобы...);
- 2) характеристика каждого образованного класса.

На втором этапе дети осваивают классификацию по двум совместимым свойствам. Варианты совместимых свойств (оснований классификации) могут быть самыми разными: красные квадратные, синие круглые, прямоугольные красные, желтые большие, треугольные толстые и др. Одно из эффективных средств освоения детьми классификации по совместимым свойствам — игры с двумя обручами и блоками.

На полу — два разноцветных обруча, например синий (слева) и красный (справа) (илл. 27).



Илл. 27

Вначале дети должны познакомиться с месторасположением и названием всех областей, которые образуются в результате такого расположения обручей (место внутри обоих обручей, место внутри синего, но вне красного обруча; место внутри красного, но вне синего обруча; место вне обоих обручей). Затем получают задание, например разложить все блоки так, чтобы в синий обруч попали все синие блоки, в красный — все круглые.

Для решения этой сложной задачи (выполнение классификации по двум свойствам) ребенку необходимо:

- абстрагировать два свойства (быть синим, быть круглым);

- объединить вместе все синие и круглые блоки, все синие и не круглые, все круглые и не синие, все не синие и не круглые. Процесс выполнения практических действий детьми наглядно демонстрирует включенность логических операций в решение задачи. Логические операции бездействуют, если дети сначала выбирают все синие блоки и помещают их в синий обруч, затем из оставшихся выбирают все круглые и помещают в красный обруч. При этом место внутри обоих обручей остается пустым. Если задействован логический анализ, ребенок поочередно берет блоки, смотрит на них и определяет, каковы они с точки зрения заданных свойств.

Первоначально некоторые дети решают задачи на классификацию по совместимым свойствам на дологическом уровне. Основной путь помощи этим детям — предоставление им возможности самим увидеть свои ошибки и самим их исправить. Процесс самостоятельного поиска направляется взрослым. После того как дети разложили все блоки в обручи, а место внутри обоих обручей осталось пустым, взрослый предлагает проверить:

- все ли синие блоки попали в синий обруч (и исправить ошибки);
- все ли круглые блоки попали в красный обруч (и исправить ошибки).

Дети быстро находят «ошибочные» блоки и перекладывают их в другую группу. При этом место внутри обручей остается пустым. В результате многократного перекладывания дети обнаруживают, что таким образом нельзя исправить ситуацию, и находят самое подходящее место для «ошибочных» блоков — внутри обоих обручей.

Подтверждением действенности логических операций у детей является умение выделить и назвать общее (характеристическое) свойство образованных классов. С этой целью взрослый предлагает детям назвать каждую группу блоков так, чтобы их нельзя было спутать с другими:

- внутри обоих обручей: все синие и круглые блоки;
- внутри синего, но вне красного: все синие и не красные блоки;
- внутри красного и вне синего: все круглые и не синие блоки;
- за обручами (вне обручей): все не круглые и не синие блоки. Включению в действие логических операций «не», «и», «или»

в упражнениях с обручами способствуют также вопросы:

- каким должен быть блок, чтобы попасть сразу в оба обруча? (Синим **и** круглым.);
- какими должны быть блоки, чтобы попасть хотя бы в один из обручей? (Синими *или* круглыми.)

Технология организации игровых упражнений с обручами на освоение классификации по двум совместимым свойствам включает следующие шаги:

*Подготовительный:* выделение и называние всех областей, которые образуются при пересечении двух обручей *Основные:*

1) предъявление задачи (разложить все блоки так, чтобы...);

2) проверка решения задачи;

3) характеристика каждого образованного класса (формулировка их характеристических свойств).

Как и на предыдущем этапе, здесь возможно образное «опредмечивание» обручей и блоков, использование вместо обручей других предметов. Благодаря этому создаются разнообразные игровые ситуации, для разрешения которых дети должны выполнить классификацию по совместимым свойствам. Например, разделить конфеты между Винни-Пухом и Пятачком так, чтобы Пуху достались все желтые конфеты, а Пятачку — все прямоугольные конфеты; разделить строительный материал для постройки дома между Ниф-Нифом и Наф-Нафом так, чтобы у Ниф-Нифа были все квадратные блоки, а у Наф-Нафа — все толстые. В каждом новом игровом упражнении задается новая пара совместимых свойств. В процессе классификации дети продолжают познавать отношения между классами.

### *Резюме*

**Ш** В дошкольном возрасте дети осваивают важнейшие способы познания формы, размера и количества: сравнение, сериацию, классификацию.

^ Сравнение — самый первый способ познания свойств и отношений, которым овладевают дети, и один из основных логических приемов познания мира. Он позволяет ребенку обнаружить сходство или различие как между отдельными предметами, так и между группами предметов по форме, размеру, количеству, пространственному расположению.

^ В дошкольном возрасте дети осваивают с помощью взрослого сначала непосредственные (наложение, приложение, соединение линиями), а затем и опосредованные (с помощью предмета-посредника, счета, измерения) приемы сравнения предметов по размеру и групп предметов — по количеству.

^ Успешное овладение сравнением является базой для освоения нового способа познания свойств и отношений — сериации. В процессе сериации дошкольники открывают для себя отношения порядка, познают свойства упорядоченного множества (неизменность и равномерность нарастания или убывания величины). Овладение сериацией — основа понимания отрезка натурального ряда чисел как упорядоченного множества.

*W* Выполняя разные виды классификации (по признакам и по совместимым свойствам), дошкольники не только познают свойства и отношения, но и развивают свои аналитические способности, овладевают умением применять простые логические операции.

Способность к абстрагированию — важнейшая особенность логико-математического мышления. Она успешно развивается в дошкольном возрасте в процессе сравнения, упорядочивания, классификации. Однако для ее развития требуется тщательный отбор дидактических материалов: логические блоки Дьенеша, цветные палочки Кюизенера и другие аналогичные материалы.

#### *Литература*

1. Давайте поиграем: Математические игры для детей 5—6 лет / Под ред. А. А. Столяра.— М.: Просвещение, 1996.

2. Носова Е. А., Непомнящая Р. Л. Логика и математика для дошкольников.— СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2005.

#### *Вопросы и задания для самоконтроля*

© В каждой паре высказываний выберите верное и аргументируйте его:

а) сравнение — способ установления сходства или различия;  
сравнение не является способом установления сходства или различия;

б) сравнение — способ выявления отношений эквивалентности и порядка; сравнение не является способом выявления отношений эквивалентности и порядка;

в) без сравнения нельзя упорядочить и классифицировать элементы множества; без сравнения можно упорядочить и классифицировать предметы.

© В каком возрасте дети овладевают опосредованными приемами сравнения?

© Продолжите перечень условий, которые обеспечивают усложнение заданий на сериацию:

а) увеличение количества упорядочиваемых объектов;

б) ...

в)...

© В каком порядке следует предлагать детям задания:

- разложите фигуры так, чтобы вместе оказались все одинаковые;
- в большое ведро положите все большие игрушки, в маленькое — все маленькие;
- разделите ленты между куклами так, чтобы каждой кукле достались ленты одинакового цвета?

Обоснуйте свой ответ. © Почему классификация по совместимым свойствам является более сложным умственным действием, чем классификация по признакам?

© Разработайте игровую обучающую ситуацию для детей, направленную на освоение классификации по двум совместимым свойствам. Охарактеризуйте каждый класс из тех, что должны получиться.

© Предложите свой вариант дидактического материала, который обеспечит развитие у дошкольников способности к абстрагированию в процессе сравнения, сериации, классификации предметов по форме, размеру, количеству.

### **3.3. Особенности и методика освоения детьми дошкольного возраста формы предметов и геометрических фигур**

В познании окружающего мира особо значима ориентировка в многообразии форм предметов (объектов) и геометрических фигур.

В психологии и дошкольной педагогике разработаны различные технологии развития у детей представлений о форме.

В данном учебном пособии эти технологии изложены в обобщенном виде. В них мы найдем отражение того, что познанию

геометрического содержания на логическом уровне предшествует чувственное (сенсорное); таким образом, два пути познания «существуют» в сознании ребенка 4—5 лет.

Форме принадлежит особое место среди многообразия свойств, познаваемых в дошкольном возрасте. Воспринимая форму, ребенок выделяет предмет из других, узнает и называет его, группирует (сортирует) и соотносит его с другими предметами. Параллельно или вслед за этим ребенок познает геометрические фигуры, выделяя прежде их форму, а затем — структуру.

В познании геометрических фигур детьми дошкольного возраста принято выделять три этапа:

- геометрические фигуры воспринимаются как целые и различаются детьми в основном по форме (в 3—4 года);
- в 4—5 лет геометрические фигуры воспринимаются аналитически, их свойства и структуру дети устанавливают эмпирически (опытным путем);
- в 5—6 лет геометрические фигуры дети воспринимают в определенной взаимосвязи по структуре, свойствам, осознают их общность.

В результате психологических исследований стало известно, что процесс познания детьми формы как свойства — длительный и сложный.

Для детей 2—3-х лет основной опознавательный признак фигуры — поверхность, плоскость. Они берут фигуру в руки, манипулируют; проводят рукой по плоскости, как бы пытаясь обнаружить предметную основу.

В этом возрасте дети выделяют среди других и называют отдельные геометрические фигуры, пользуясь словами «кружок», «кубик», «шарик». Или сравнивают форму реального предмета с геометрической и пользуются выражениями «Это — как кубик», «Это — как платочек». Как правило, они «опредмечивают» геометрические фигуры, называя их «крышей», «платочком», «огурцом» и т. д.

Освоение формы предметов и геометрических фигур проходит в этом возрасте в активной деятельности. Дети кладут один кубик на другой, сооружая башню, укладывают предметы в машины; катают фигуры, перекладывают; составляют ряды.

Дети 3—4-х лет начинают отличать геометрические фигуры от предметов, выделяя их форму. Называя фигуры, говорят: «Треугольник — как крыша», «Платочек — как квадратик».

Дети обследуют фигуры осязательно-двигательным путем, стараясь провести рукой по контуру. При этом охотно проговаривают понравившиеся им слова, выражения. Начинают воспринимать структурные элементы геометрических фигур: углы, стороны. При восприятии фигур абстрагируются от цвета, размера, выделяя их форму. Однако зрительное восприятие ребенка остается беглым, его взгляд не сосредоточивается на контуре или плоскости. В силу этого дети часто путают похожие фигуры: овал и круг, прямоугольник и квадрат.

Дети 4—5 лет успешно обследуют геометрические фигуры, проводя указательным пальцем по контуру. При этом они, как правило, называют структурные компоненты: вершины, стороны, углы. Прослеживают движением руки линии, образующие углы; обнаруживают точки пересечения линий. Обследование становится точным и результативным.

Как правило, в этом возрасте у детей складываются образы фигур — эталонные представления о них. Они начинают успешно определять сходства и различия форм предметов с геометрическими фигурами; пользоваться сложившимися у них эталонами с целью определения любой неизвестной формы; отображать формы в продуктивной деятельности.

В 5—6 лет дети в основном зрительно воспринимают геометрические фигуры. Осязательно-двигательное обследование становится ненужным. В процессе зрительного восприятия они фиксируют контур и на этой основе включают фигуру в определенную группу, выделяют виды фигур, классифицируют, упорядочивают и систематизируют предметы по форме.

В старшем дошкольном возрасте преобладает зрительное распознавание фигур и их отличительных признаков, словесная характеристика формы предметов и геометрических фигур.

Итак, восприятие формы ребенком дошкольного возраста осуществляется на основе одновременного обследования ее зрительным и осязательно-двигательным способом, сопровождаемым названием основных особенностей той или иной формы.

Например, круглая — нет углов; четырехугольник — у него есть стороны, углы и вершины.

Геометрические фигуры становятся эталонами определения формы окружающих предметов и их частей.

### **Развитие у детей представлений о форме в процессе игр и упражнений**

Опыт восприятия формы предметов и геометрических фигур накапливается детьми в играх с предметами и мозаиками, в процессе манипулирования разнообразными геометрическими фигурами, при составлении «картинок» на плоскости, в ходе сооружения построек из строительного материала, создания

конструкций из модулей и т. д. В играх с влажным песком дети успешно овладевают формообразующими действиями.

Педагогически целесообразно уже в младшем дошкольном возрасте совместно с детьми выделять (называть, показывать) геометрические фигуры (эталон) как таковые и находить им подобные предметы в окружающем мире: «Вот — круг, а это — круглое блюдце, круглое кольцо, обруч».

Как известно из теории сенсорного воспитания, это наиболее эффективный путь познания свойств предметов. Необходимо создать для детей среду, в которой геометрические фигуры и силуэты, из них воссозданные, привлекали бы ребенка к практической деятельности, а иногда и просто к рассматриванию, обведению рукой. Например, можно на стене (на уровне детских глаз) поместить в меру красочное, но динамичное панно с изображением уголка леса и его обитателей. Педагог акцентирует внимание детей на расположении, формах, размерах объектов. Называет свои действия, свойства предметов, побуждает к тому же и детей. Например: «Я составила башню из квадратов, а ты можешь составить из кубиков». В данном случае педагог акцентирует поиск ребенком простых адекватных действий. Но одно из них выполняется в двухмерном, а другое — в трехмерном пространстве.

Самой доступной детскому восприятию формой является круг (шар). Глаз как бы «скользит» по его контуру (поверхности), не встречая преград. Игры с шаром и кругом разнообразны. Например, воспитатель вместе с детьми готовит машину к выезду из гаража: они обследуют колеса и содержимое кузова. Находят неисправности и предметы-заместители.

Использование логических блоков Дьенеша и разнообразных игровых упражнений с ними, разноцветных модулей помогает маленькому ребенку ориентироваться в многообразии свойств предметов. Имея необходимый опыт, дети на основе соотнесения предметов по форме, форме и цвету, размеру и форме создают несложные конструкции практического назначения. Все игровые и результативные действия сопровождаются словами: *такой же, не такой, как.., другой, первый, последний* и т.д. Это помогает детям определить идентичность предметов либо различия в их свойствах.

К *трем годам* дети овладевают простыми предметно-познавательными действиями: соотнесение, выбор, сравнение, воссоздание, простейшие преобразования и изменения. Они раскладывают фигуры в заданной последовательности: шар, куб, шар.; нанизывают бусы (из крупных предметов); составляют башенки из кубов, плоские картинки из кругов или квадратов разного размера, елки — из треугольников.

Дети привлекаются к участию в опытно-экспериментальной деятельности: катают шары и цилиндры; изменяют формы, вылепленные из влажного песка; прогнозируют действие «упадет — не упадет» (в конструктивных играх); чередуют формы; по имеющимся сгибам складывают кубики из разверток; подбрасывают игральные кубики.

Наиболее распространенные и полезные упражнения и игры:

- «Дай Мишке такой же большой и круглый мяч, как у куклы, и научи его играть!»;
- «Возьми такие же кубики и построй из них площадку»;
- «Найди пару» (подбери второй предмет, такой же как этот);
- «Игры с рамками-вкладышами» М. Монтессори;
- «Составь картинку» (снеговика, домик, лодку);
- «Выбери фигуры» (по указанному свойству);
- «Собери квадрат», «Сложи узор», «Уникуб», «Уголки» и др.

В *3—4 года* дети активно используют геометрические формы в самостоятельных играх, зрительно сравнивают и сопоставляют их. Накладывая одну фигуру на другую (круг — на квадрат, куб — на квадрат, круг — на треугольник и т. д.), ребенок познает их отличия либо сходство. Сложность речевого высказывания при этом заменяется показом ребенком того, что «лишнее» в одной из сравниваемых фигур.

Умение различать, сравнивать фигуры совершенствуется в этом возрасте через овладение обследованием их контура. В специальных упражнениях дети овладевают соответствующими движениями кончиками пальцев руки по контуру плоской фигуры, поверхности объемной. Постепенно начинают выделять основные структурные элементы, сначала — стороны, затем — углы.

С целью развития умений воспринимать фигуры уместны упражнения на совмещение фигур с контуром, вкладывание их в выемки (абрис).

Количество познаваемых ребенком фигур зависит от его индивидуальных возможностей. Как правило, дети называют и используют в практической игровой деятельности круги, квадраты, треугольники, шары, цилиндры, кубы, а также призмы, прямоугольники и др. С целью оптимизации процесса освоения и применения в разных видах деятельности знаний об эталонах используется такой прием, как обведение карандашом моделей фигур, колец, обручей. Дети образуют окружности и круги; из замкнутых ломаных линий — квадраты, треугольники. С этой же целью используются и трафареты. Дети лепят геометрические фигуры из глины и пластилина, чертят пальцем на песке, складывают из палочек, шнурков, камешков и т. д.

Сравнивая модели фигур, дети накладывают (прикладывают) их по сторонам, граням, пытаясь выявить сходства или различия. При этом используются разнообразные фигуры, разных размеров и цветов. Также дети составляют целое (картинки, силуэты) из частей, определяют количество этих частей, их размеры и формы; рассказывают, что получилось, и называют картинки.

Группируя геометрические фигуры, дети выделяют все круглые и не круглые; те, что могут и не могут катиться, с уголками и без; те, из которых можно собрать башенку (построить дорожку), и те, из которых нельзя и т. д. С этой целью детям предлагаются наборы геометрических фигур разного размера, цвета, формы. Они учатся ориентироваться на одно из свойств, 2 или 3 свойства одновременно.

Так дети осваивают простые зависимости между фигурами по структуре, назначению, использованию в играх. Дети начинают понимать логические задачи на продолжение ряда, нахождение пропущенной фигуры в ряду и др. Каждую задачу следует представить детям на предметной основе или в изображении и не торопиться их с ответом. Необходимо учитывать, что детям четвертого года жизни требуется довольно длительное время (ориентировочная основа) для самостоятельного осмысления и принятия задачи.

Дети в результате игр и упражнений, простейших исследований к концу года овладевают предметно-познавательными действиями сравнения, составления пар, соотношения, группировки, видоизменения, воссоздания.

Дети охотно участвуют в исследованиях, направленных на изучение свойств геометрических фигур.

- Узнавание геометрических форм по тени: «Что это? Какой предмет отбрасывает эту тень?» Самостоятельное расположение предметов с целью получения других теней.
- Симметричное раскладывание кругов, треугольников и других форм, прослеживание изменений.
- Складывание кубов, цилиндров из готовых разверток: «Когда получается куб?»
- Упражнения на осевую симметрию. Например, на игровом поле «Мозаики» проводится линия (горизонтальная, вертикальная). С левой стороны кладется половина круга. Детей спрашивают: «Что получится, если такую же фигуру положить и справа?»
- Игры с нерасцветными витражами. Лист любой формы расчерчен на геометрические фигуры. Нужно выбрать цвета и раскрасить фигуры. Свои действия дети сопровождают названием геометрических фигур, обосновывают выбор цветов и порядок раскрашивания. В итоге педагог вместе с детьми обсуждает, почему у разных детей получились разные витражи. Приведем ряд соответствующих игр:
- «Каждую фигуру — на свое место», «Закрой окошко», «Чудесный мешочек»;
- «Сложи узор „Уникуб“», «Рамки-вкладыши» (с зарисовкой узоров и фигур);
- «Собери квадрат», «Составь фигуру». Игры на объемное моделирование:
- «Кубики для всех»;
- «Уголки»;
- «Игры с логическими блоками Дьенеша»;
- Серия игр: «Геоконт», «Прозрачный квадрат», «Игровой квадрат» и др.

Детей 4—5 лет интересует многообразие форм в окружающем нас материальном мире. Они сравнивают их, выявляют отношения идентичности и подобия, эквивалентности, упорядоченности (транзитивности). Дидактические пособия, предлагаемые детям, реализуют их стремление к активной деятельности с геометрическими формами, оперированию одновременно несколькими свойствами. Это такие пособия, как наборы геометрических фигур и тел, логические блоки Дьенеша, специальные комплекты логических геометрических фигур, моделей, игры «Цвет и форма», «Форма и размер» и др.

Дети среднего дошкольного возраста выделяют в предмете то, что в нем является показателем и характеризуется в логике словами «свойство» или «признак». Для этого они пользуются сравнением, обследованием, изменением, перекладыванием, воссозданием и т. д.

В множество познаваемых фигур включаются овалы, призмы, четырехугольники, в том числе и невыпуклые. Представление о четырехугольнике (как обобщение) складывается на основе сенсорного обследования, сосчитывания и измерения длин сторон, определения углов и вершин. Перечисленные действия помогают ребенку сориентироваться в условиях проблемной ситуации, найти способ оценки форм фигур.

Уточняются представления детей о границах и плоскостях фигур; гранях и ребрах отдельных геометрических тел. Для этого дети закрашивают фигуры, склеивают их из разверток (по возможности), делают из проволоки, тонкого картона; выделяют в кубах квадраты. В этом возрасте дети учатся отвечать на вопрос «Что образует геометрическую фигуру?» Пытаются разобраться в прямых, кривых, ломаных линиях; «увидеть» их в предметах, а затем — и в геометрических формах. Важно в этом возрасте научиться зрительно выделять контур как опознавательный признак фигуры. С целью развития умения абстрагироваться, мыслить схематично используются модели (заместители) фигур, обозначающие форму, размер, цвет и

другие свойства геометрических фигур и предметов. Дети кодируют свойства, что дает им основу для обогащения самостоятельных игр, развивает творческое воображение.

Дети пятого года овладевают умением устанавливать связи, зависимости, закономерности. Находят общее и отличное внутри группы треугольных, четырехугольных, округлых и других фигур. Устанавливают закономерности следования, включения фигур в группу, увеличения их количества, исключения их из группы; находят лишние и недостающие. Таким образом, дети могут включаться в решение более широкого круга логических задач и частично придумывать их. Для этого используются головоломки, задачи на преобразование, поиск недостающей в ряду фигуры, четвертой лишней и т. д.

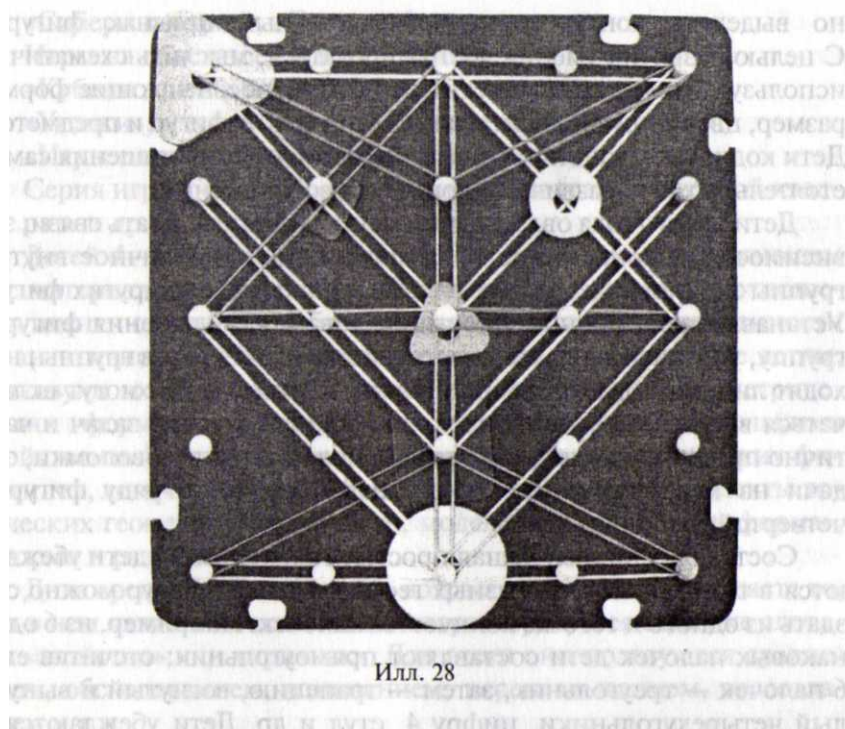
Составляя фигуры, решая простые головоломки, дети убеждаются в том, что модели разных геометрических фигур можно создать из одного и того же количества палочек. Например, из 6 одинаковых палочек дети составляют прямоугольник; отсчитав еще 6 палочек — треугольник, затем — трапецию, вогнутый и выпуклый четырехугольники, цифру 4, стул и др.

Дети убеждаются в том, что из одного и того же количества палочек можно сложить разные фигуры.

Освоив умения выделять и чертить прямые и кривые линии, ставить точки, дети уточняют их назначение в геометрических фигурах. В упражнениях на вычерчивание разных линий дети пользуются шаблонами, линейками, «уголками». Для получения линий (в том числе ломаных) можно использовать математические планшеты (илл. 28).

Детям этого возраста очень нравится применять свои знания и умения при определении форм окружающих предметов и их частей. Задавая детям вопрос «Что я вижу?», педагог повышает их самостоятельность, побуждает быть инициативными.

К концу среднего дошкольного возраста дети свободно пользуются разнообразными предметно-познавательными и логическими действиями: сравнение, воссоздание, деление на части,



Илл. 28

группировка и классификация, сериация, преобразование и видоизменение, трансформация.

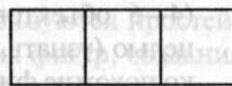
Исследуя совместно со взрослыми различные жизненные ситуации и явления, дети:

- сами составляют силуэты геометрических фигур и дают им названия;
- учатся отвечать на вопрос «Что это?» (предмет, рисунок, тень, отражение);
- узнают геометрическую фигуру по ее тени;
- изготавливают геометрический витраж по собственному чертежу;
- составляют из геометрических фигур узор для обоев;
- понимают, как изменяется геометрическая фигура в результате разрезания, складывания, деления на части; воссоздают ее вновь, получают другие фигуры из тех же частей;

• могут сказать, сколько фигур разных форм можно получить, соединя три (и более) одинаковых квадрата (или других фигур) ровно по сторонам (для данного случая ответ: 2 фигуры — «утолок» (илл. 29) или «полоска» (илл. 30)). В старшем дошкольном возрасте (5—6 лет) детям свойственно быстрое узнавание и название плоских геометрических фигур и тел; различение фигур, однородных по конфигурации и соотношению сторон; адекватное использование продуктивных видов деятельности. Воспринимая в основном на ее контур, а не внутренность. Как осязательно-двигательное обследование необходимо ситуации: какого-либо необычного расположения обозначения ее в сложном орнаменте, столкновения с соотношением пропорций и т. д. Обследуя фигуру, структурные компоненты: вершины (точки), углы (границы фигуры). На основе своих представлений анализирует предметный мир, растения, выделяет мира, строений. Выделяет при этом сходство, незначительные и трудно определяемые. В этом расширении круга познаваемых геометрических практически используют конусы, пирамиды, овоиды, параллелограммы, параллелепипеды и др. Осваивают обобщение (многоугольники: треугольники, четырехугольники, пяти-, шестиугольники и т. д.). На основе сравнения выпуклых и невыпуклых многоугольников относят такую фигуру, как пятиконечная звезда, к невыпуклым десятиугольникам.



Илл. 29



Илл. 30

У детей расширяется представление о разновидностях фигур, к ним относят: серп, звезду, сердечко, точку, линию, угол.

Дети моделируют геометрические формы: чертят их, создают из спичек (палочек) и пластилина, изображают схематически с помощью точек, вырезают, лепят и т. д.

В старшем дошкольном возрасте педагоги преследуют в основном следующие развивающие задачи.

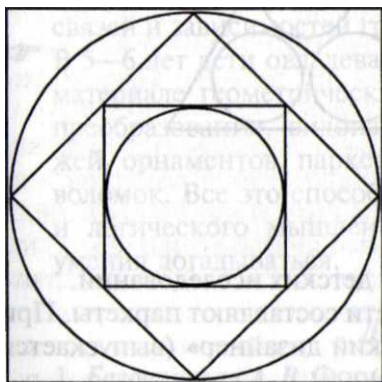
- Способствовать освоению детьми обобщений: «Все фигуры круглые, но разного размера», «Все фигуры — многоугольники, но среди них есть разные четырехугольники, треугольники, шестиугольники, разные по цвету и размеру».
- Соблюдать логику при сравнении: выделять сходство по цвету, форме, размеру, пропорциональному соотношению сторон, конфигурации; затем — различия по тем же признакам. Осуществлять сравнение на наглядной основе, по представлению (словесному описанию); постепенно увеличивать количество сравниваемых между собой фигур; сравнивать группы фигур (4—6 объектов) между собой. Сравнить с определенной целью (узнать, чем похожи), по условию (сравниваются только похожие фигуры), по конечному результату (выбираются те геометрические формы, которые подлежали сравнению). Чем старше дети, тем сложнее процедура, цель и результат сравнения. Повышение требований к детским ответам состоит в точности при назывании форм геометрических фигур и предметов, их сходств и отличий, предполагаемых изменений и их результатов.
- Устанавливать связи и зависимости групп фигур; связи преобразования, видоизменения; отношения равенства (одинаковости) и неравенства, упорядоченности.
- Успешно оперировать знаковыми системами (кодами) и схематическими изображениями. Использовать модели как средство более глубокого изучения геометрических форм и как способ отражения своих представлений.
- Способствовать систематизации детских представлений в процессе упражнений на классификацию, сериацию, при практическом изготовлении геометрических форм, сравнении и противопоставлении.
- Развивать умение создавать творческие экспозиции, отражая по-своему гармонию мира в цвете, разнообразии форм, пространственном размещении, сочетании и пропорциях. Для этого хорошо подойдут упражнения на составление орнаментов (см. илл. 2 цв. вкладки). Уместно также использовать приемы Развития Творческого Воображения (РТВ): «Фея Инверсия» (изменение значения свойства на противоположное), «Дели — давай» (деление на части и объединение), «Великан Кроха» (увеличение или уменьшение), «Замри — отомри» (преобразование предметов в подвижные и наоборот) и др. Составление загадок совместно с детьми способствует уточнению свойств объектов.

Осуществление действий с объектами вымышленного (воображаемого) мира развивает творческие способности детей, актуализирует потребность сравнивать, изменять, объяснять. Например, оказавшись на неизвестной планете, дети дают названия увиденным там геометрическим формам, предметам.

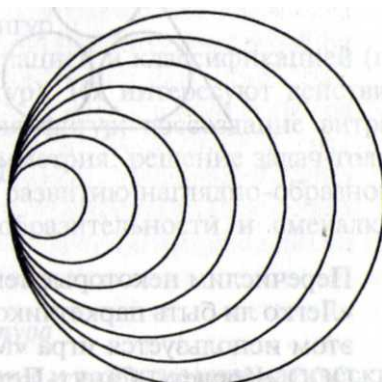


В исследовательской деятельности дети пользуются простейшими приборами для черчения, преобразования фигур, создания композиций. Эксперименты, организованные педагогом, переходят в самостоятельные, ведущие детей к открытию закономерностей. Например, детям предлагаются чертежи. Каждый из них находит способ «расцветивания» фигур, составляющих сложный рисунок (илл. 31, 32). Дети задумываются над тем, как составить орнамент только из кругов, как разложить круги в треугольнике (илл. 33, 34)

Перечислим некоторые темы для детских исследований. «Легко ли быть паркетчиком?» Дети составляют паркетки. При этом используется игра «Маленький дизайнер» (выпускается ООО «Корвет», Санкт-Петербург).



Илл. 31



Илл. 32

«Геометрия вокруг нас!» Дети рисуют панно, составляют картины из фигур (например, витражи, начиная с произвольно выбранной фигуры и т. П

- Можно ли выправить искривленную линию? А проволоку, полоску из бумаги?»
- «Сколько прямых (кривых) линий можно провести через одну точку? Что при этом получится?»
- «Какая форма получится, если от бумажной салфетки, сложенной пополам (вчетверо), отрезать угол?»

#### Резюме

- ^ С целью развития у детей дошкольного возраста представлений о формах важно поощрять их стремление к аналитическому восприятию окружающего мира: предметного, растительного, животного. Организовывать игровые упражнения на сравнение, противопоставление, составление загадок, придумывание сказок и историй с приключениями, «участниками» которых являются различные формы. Такие упражнения расширяют представления детей, развивают наблюдательность, глазомер, т. е. основные сенсорные способности. Углубление представлений о формах и овладение действиями соотнесения форм предметов и фигур способствует совершенствованию практических видов деятельности детей (рисования, создания аппликаций и другого ручного труда) и способствует формированию условий для установления логических связей и зависимостей групп фигур.
- ^ В 5—6 лет дети овладевают сериацией и классификацией (на материале геометрических фигур). Их интересуют действия преобразования, видоизменения фигур; воссоздание витражей, орнаментов, паркетов; симметрия; решение задач-головоломок. Все это способствует развитию наглядно-образного и логического мышления, сообразительности и смекалки, умения догадываться.

#### Литература

1. Белошистая А. В. Формирование и развитие математических способностей дошкольников. Курс лекций. — М.: Владос, 2004.
2. Габова М. А. Графика в детском саду. — Сыктывкар, 2002.
3. Ленгдон Н., Снейт Ч. С математикой в путь. — М., 1987.
4. Мерзон А. Е., Чекин А. Л. Азбука математики. — М.: Лайда, 1994.
5. Михайлова З. А. Игровые задачи для дошкольников. — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2007.
6. Нестервико А. А. Страна загадок. — Ростов-на-Дону: Изд-во Ростовского университета, 1993.

7. Полякова М. Н., Шитова С. П. Освоение классификации детьми седьмого года жизни / Методические советы к программе «Детство» / Отв. ред. Т.Н.Бабаева, З.А. Михайлова. — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2006.

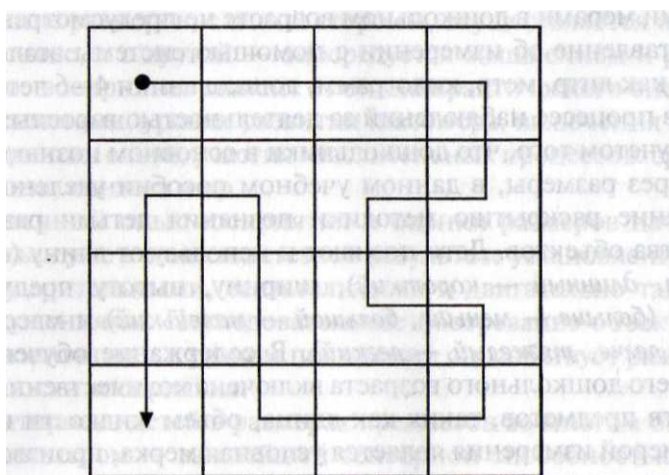
8. Развитие представлений о геометрических фигурах и форме предметов // Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста. Хрестоматия / Сост.: З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая, М. Н. Полякова. — М.: Центр педагогического образования, 2008.

9. Сидорчук Т. А. Технология обучения дошкольников умению решать творческие задачи. — Ульяновск, 1996.

#### Вопросы и задания для самоконтроля

- © Сформулируйте основные педагогические и дидактические цели развития у детей дошкольного возраста представлений о геометрических фигурах. © Целесообразно ли детям 5—6 лет предлагать вопросы «Можно ли через точку провести прямые (кривые) линии? Сколько?»? Проверьте, как реагируют дети на это задание. Предложите комментарии.
- © Целесообразно ли предлагать детям дошкольного возраста схематические и неполные изображения геометрических фигур? Если вы считаете это возможным, то опишите возраст детей, содержание упражнений, методические приемы.
- © Выполните упражнение «Посети каждую клетку». На квадрате, разделенном на 16 одинаковых маленьких квадратиков, проведите линию, которая прошла бы через все маленькие квадратики (ответ — на илл. 35). Предложите варианты методики использования этого упражнения в старшем дошкольном возрасте.
- © У ребенка — 8 кругов, расположенных в ряд, начиная с самого маленького (материал для составления

Вопрос: «Можно ли разложить круги от маленького к большому, начиная с третьего?» Предложите комментарии: возраст ребенка, возможные действия, высказывания.



Илл. 35

сериационного ряда).

### 3.4. Особенности и методика освоения детьми дошкольного возраста размеров предметов и величин

Методика освоения детьми дошкольного возраста размеров предметов по объему (большой — маленький) по одному или двум протяженностям (длина, ширина, высота, толщина) достаточно полно разработана в теории и истории развития у детей математических представлений. Так, Л.В.Глаголева (1920—1930-е гг.) предложила систему занятий с детьми по освоению ими умений сравнивать объекты по величине (длине, ширине, высоте, объему, массе, росту, силе и т. д.).

В связи с проблемой освоения детьми дошкольного возраста размеров в литературе чаще всего используется термин «величина». Как известно, дети дошкольного возраста могут с целью познания окружающего мира осознавать трехмерность объемных предметов, определять длину, ширину, высоту, глубину, объем жидкости в каком-либо сосуде, массу сыпучих веществ (в основном путем «взвешивания на

ладонях рук»). Измерение общепринятыми мерами в дошкольном возрасте не предусмотрено. Общее представление об измерении с помощью системы эталонов мер, таких как литр, метр, килограмм, дошкольники 4—6 лет приобретают в процессе наблюдений за деятельностью взрослых.

С учетом того, что дошкольники в основном познают величины через размеры, в данном учебном пособии уделено должное внимание раскрытию методики познания детьми размера как свойства объектов. Дети познают и используют длину {длиннее — короче, длинный — короткий}, ширину, высоту предметов, их объем {больше — меньше, большой — маленький} и массу {тяжелее — легче, тяжелый — легкий}. В содержание обучения детей старшего дошкольного возраста включена количественная оценка свойств предметов, таких как длина, объем жидкости и др. При этом мерой измерения является условная мерка, произвольно выбираемая детьми в каждой конкретной ситуации.

### **Последовательность освоения величин в дошкольном возрасте**

Размеры предметов дети познают преимущественно сенсорными способами в процессе обследования, сравнения и сопоставления, группировки, а величины — путем измерения объектов и использования чисел с целью количественной оценки.

В исследованиях З. Е. Лебедевой, Р. Л. Березиной и др. доказано, что представление о величине надо формировать в комплексе с другими понятиями: число, форма, мера, пространство. Такой подход создает условия для интеграции содержания, способов познания и методических приемов.

Умение выделять размер как свойство предмета и характеризовать его необходимо для понимания отношений между объектами: такой же по массе, разные по длине. Осознание размеров предметов положительно влияет на умственное развитие ребенка, так как оно связано со становлением способности отождествления, распознавания, сравнения, обобщения. Отражение размера как пространственного признака предметов основывается на восприятии, направленности на опознание и обследование объекта, раскрытии его особенностей. В этом процессе участвуют различные анализаторы: зрительный, слуховой, осязательно-двигательный.

Познание размеров, с одной стороны, осуществляется на сенсорной основе, а с другой — опосредуется мышлением и речью. Адекватное восприятие зависит от опыта практического оперирования предметами, уровня развития глазомера, включения в процесс восприятия слова, участия мыслительных процессов: сравнения, анализа, синтеза и др.

Чувственный опыт восприятия и оценки размеров начинает складываться уже в раннем детстве в результате установления связей между зрительными, осязательными и двигательнотактильными ощущениями. Последовательное обозревание объектов на разном расстоянии и в разном положении способствует развитию константности восприятия.

Ориентировка детей в размерах предметов во многом определяется глазомером — важнейшей сенсорной способностью. Развитие глазомера непосредственно связано с овладением специальными способами сравнения предметов путем их сопоставления. Сперва сравнение предметов по длине, ширине, высоте производится практически путем наложения или приложения (такой же по высоте), а затем — на основе измерения (при измерении двух предметов получили одинаковое количество мерок). Глаз при этом как бы обобщает практические действия руки.

Способность воспринимать размер предмета начинает формироваться в раннем возрасте в процессе предметных действий. Но относительность величины затрудняет дифференцировку.

Дошкольники прочно закрепляют признак величины за тем конкретным предметом, который им хорошо знаком: «Слон большой, а мышка маленькая». Они с трудом овладевают относительностью оценки размера. Если поставить перед ребенком 4—5 игрушек, постепенно уменьшающихся по размеру, и попросить показать самую большую, то он сделает это правильно. Если затем убрать ее и снова попросить указать на самую большую игрушку, то дети 2—3 лет, как правило, отвечают: «Теперь нет большой».

Дети трехлетнего возраста, как правило, воспринимают размер предметов недифференцированно, т. е. ориентируются лишь на общий объем предмета, не выделяя его длину, ширину, высоту. Когда трехлетним детям среди нескольких предметов нужно найти самый высокий или самый длинный, они обычно останавливают свой выбор на самом большом.

Четырехлетние дети более дифференцированно подходят к выбору предметов по высоте, длине или ширине, если эти признаки ярко выражены. Когда, например, высота значительно превосходит другие измерения, малыши легко замечают это. У низких же предметов они вообще не различают высоты. Большинство детей этого возраста упорно утверждают, что в «кубике», высота которого 2, ширина 4, а длина 16 см, «нет высоты». Для них он имеет высоту только в вертикальном положении, т. е. когда высота составляет 16 см и преобладает над другими измерениями. В таком положении «кубик» соответствует привычному представлению о высоком как «большом вверх» (данные предоставлены В. К. Котырло).

Чаще всего дети характеризуют предметы по какой-либо одной протяженности, наиболее ярко выраженной, чем другие, а поскольку длина, как правило, является преобладающей у большинства предметов, то именно выделение длины легче всего удастся ребенку. Значительно большее число ошибок делают дети (в том числе и старшие) при показе ширины. Допускаемые ими ошибки свидетельствуют о недостаточно четкой дифференциации ширины от других измерений, так как дети показывают вместо ширины и длину, и всю верхнюю грань предмета (коробки, стола).

Наиболее успешно детьми определяются в предметах конкретные размеры при непосредственном сравнении двух или более предметов. Когда внимание детей обращается на размер предмета, воспитатели предпочитают пользоваться словосочетанием *такой же*, которое многозначно (например, одинаковый по цвету, форме). Их все же следует дополнять словом, обозначающим признак, по которому сопоставляются предметы (найди такой же по длине, ширине, высоте и т. д.).

Выделяя тот или иной размер, ребенок стремится показать его (проводит пальчиком по длине, разведенными руками показывает ширину и т. п.).

Неумение дифференцированно воспринимать размеры предметов существенно влияет на обозначение словом предметов различных размеров. Чаще всего дети 3—4 лет по отношению к любым предметам употребляют слова *большой — маленький*. Но это не означает, что в их словаре отсутствуют более конкретные определения. В отдельных случаях дети с разной степенью успешности употребляют их. Так, о шее жирафа говорят *длинная*, о матрешке — *толстая*. Довольно часто одни определения заменяются другими: вместо *тонкая* говорят *узкая* и т. п. Это связано с особенностями восприятия, развития речи, тем, что окружающие детей взрослые часто пользуются неточными словами для обозначения размеров.

Общезвестно, что в отношении целого ряда предметов правомерно говорить как о больших или маленьких, поскольку изменяется предмет в целом (*большой — маленький стул, большой — маленький мяч, большой — маленький дом* и т. д.), но когда в отношении этих же предметов мы хотим подчеркнуть лишь какую-либо существенную сторону, то говорим: *купи высокую елку, ребенку нужен низкий стул* и т. д.

Эти допущения в использовании слов в их относительном значении являются предпосылкой неточности, которая часто вызывает заведомо неправильные выражения: *большой (маленький) шнур, большая линейка* (вместо *длинная*), *большая пирамидка* (вместо *высокая*), *тонкая лента* (вместо *узкая*) и т. п. Поэтому, когда ребенок вслед за взрослыми пользуется такими общими словесными обозначениями размера предметов, как *большой — маленький*, вместо конкретных *высокий, низкий* и т. д., он хотя и видит отличия, но неточно отражает это в речи.

В педагогическом исследовании Р. Л. Березиной («Формирование у детей среднего и старшего дошкольного возраста знаний о величине предметов и об их элементарных способах измерения», Л., 1972) раскрыты особенности познания детьми трехмерности объемных предметов.

Детям 4—7 лет предлагали посмотреть на коробки с ярко выраженными протяженностями (у одной — по высоте, у другой — по длине, у третьей — по ширине) и показать длину, ширину, высоту каждой из них. Дети допустили следующие ошибки: • высоту (длину, ширину) показывали и называли только для тех коробок, у которых она особо выражена;

- высоту показывали касанием рукой верхнего края коробки, а не движением руки снизу вверх;
- ошибались в выделении длины и ширины, «заменяли» одну протяженность другой.

Самое меньшее количество ошибок дети допустили при показе и назывании длины, самое большее — ширины и высоты<sup>1</sup>. Наиболее успешными в выполнении оказались дети седьмого года жизни. Большинство из них правильно показывали и называли 3 измерения в предметах (коробках).

Автор делает вывод о необходимости целенаправленной упражняемое™ детей в дифференцировке протяженностей и осуществлении измерений. В исследовании выделены уровни ориентировки детей 3—7 лет в величинах:

- глобальное (общее) представление о величине;
- различение, название протяженностей;
- выделение значимой в ситуации протяженности;
- выделение двух протяженностей в плоских предметах (длины и ширины, высоты и толщины);
- выделение трехмерности в объемных объектах.

Исходя из особенностей детских представлений о размере предметов, необходимо развивать у детей представление о размере как о свойстве предмета. Дети осваивают умение выделять данное свойство наряду с другими, пользуясь специальными приемами обследования: приложением и наложением. Практически сравнивая (соизмеряя) контрастные и одинаковые по размеру предметы, малыши устанавливают отношения «равенства — неравенства». Результаты сравнения отражаются в речи с помощью слов *длиннее, короче, одинаковые (равные по длине); выше, ниже, одинаковые (равные по высоте); больше, меньше, одинаковые (равные по размеру)* и т. д. Таким образом, первоначально осваивается попарное сравнение предметов по одному свойству. В дальнейшем (к 4-м годам) дети начинают сопоставлять по размеру

несколько предметов (3—4), находят среди них одинаковые по высоте (длине, ширине) и объединяют их (группируют).

Далее, сравнивая несколько предметов, дети используют один из них как образец. Приемы приложения и наложения применяются ими для составления упорядоченных последовательностей.

Затем дети учатся создавать такие последовательности (ряды) по правилу. Методики освоения рядов по правилу и по образцу были предложены психологом Е. В. Проскура.

В 5—6 лет дети составляют ряды величин не только в наглядно-образном плане, но и по представлению. Могут предварительно схематически зарисовать возможное расположение предметов в ряду, определить место какого-либо предмета в воображаемой последовательности, отыскать пропущенный предмет, продолжить ряд в двух направлениях, рассказать о способе расположения предметов в ряду.

Таким образом, в младшем и среднем дошкольном возрасте дети определяют размеры предметов путем непосредственного их сравнения (приложения или наложения), в старшем применяется и опосредованный способ сравнения (оценка размеров воспринимаемых предметов в сравнении с хорошо известными, встречающимися в опыте ребенка ранее; использование схематизации; измерение условной меркой). Постепенно усложняется и содержание знаний детей о размерах. В младшем возрасте дети узнают о возможности сравнивать предметы по размеру, в среднем — об относительности размеров, а в старшем — об изменчивости и преобразовании величин.

В старшем дошкольном возрасте, как свидетельствуют исследователи (Л. А. Венгер, Л. А. Левинова, Е. В. Проскура, З. Е. Лебедева), дети познают отношения в упорядоченном ряду.

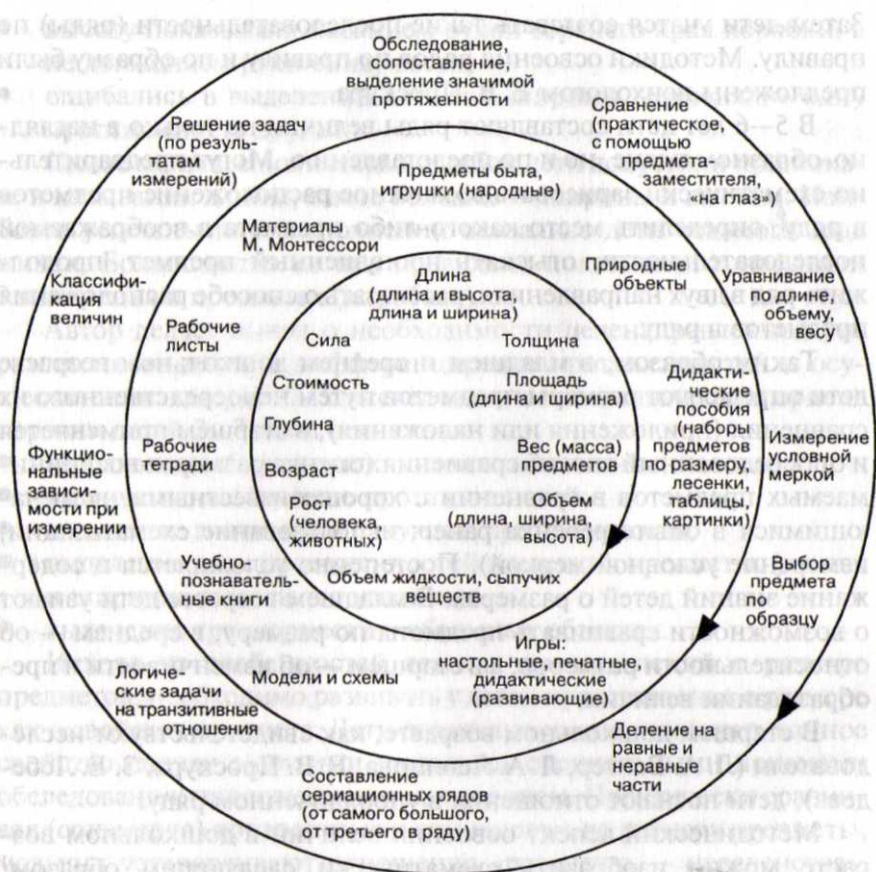
Методический аспект освоения величин в дошкольном возрасте можно изобразить схематически следующим образом<sup>1</sup> (илл. 36).

### **Овладение детьми дошкольного возраста измерением величин**

Вопрос о роли измерений в развитии математических представлений ставился в работах выдающихся педагогов (Ж.-Ж. Руссо, И. Г. Песталоцци, К. Д. Ушинского) и методистов (Е. И. Тихеевой, Ф. Н. Блехер и др.).

<sup>1</sup> **Центральный круг** — содержание познания и обучения. **Средний круг** — дидактические пособия, материалы, игры. **Внешний круг** — приемы обучения и оценки ребенком величин.





Илл. 36

В настоящее время обучение измерению осуществляется на основе развития у ребенка представлений о числе и счетных умений.

Деятельность измерения довольно сложна. Но использование условных мерок делает измерение доступным даже для маленьких детей.

Условная мерка — это и предмет, используемый при измерении, и единица измерения в каждом конкретном случае. Лентой, веревкой, палочкой, шагом может быть измерена длина дорожки в саду. Ложкой, чашкой, банкой, стаканом определяется объем жидких и сыпучих веществ. Измерение объектов условными мерами своеобразно: единица измерения выбирается произвольно, в зависимости от ситуации и конкретных условий (при этом не требуется знания общепринятой системы мер).

Использование условных мерок хотя и упрощает деятельность измерения, но не изменяет ее сущности, которая заключается в сравнении какой-либо величины с определенной величиной того же рода, называемой единицей измерения. Условная мерка подбирается с учетом особенностей измеряемого объекта. При этом ребенку предоставляется достаточная, но не безграничная свобода выбора. Однородность, «родственность» того, что измеряется, и того, чем измеряется, является необходимым условием выбора конкретной мерки.

Практическая и игровая деятельность детей и хозяйственная деятельность взрослых — основа для ознакомления с простейшими способами различных измерений.

Обучение измерению ведет к возникновению у детей более полных представлений об окружающей действительности, влияет на совершенствование познавательной деятельности, способствует развитию органов чувств. Дети начинают лучше выделять длину, ширину, высоту, объем, т. е. пространственные признаки предметов. Ориентировка в отдельных свойствах, умение выделять их требуются при выборе условной мерки, адекватной измеряемому свойству. В измерении предметная сторона действительности предстает перед ребенком с новой, еще неизвестной для него стороны.

Измерительная практика активизирует причинно-следственное мышление. Сочетая практическую и теоретическую деятельность, измерение стимулирует развитие наглядно-действенного, наглядно-образного и логического мышления дошкольника. Способы и результаты измерения, выделенные связи и отношения выражаются в речевой форме.

Измерение длин и объемов позволяет уточнить и углубить целый ряд математических представлений.

На основе измерения появляется возможность познакомить детей-дошкольников с некоторыми математическими связями, зависимостями и отношениями: часть и целое, равенство — неравенство.

Измерение подготавливает ребенка к пониманию арифметических действий с числами: сложения, вычитания, умножения и деления. Упражнения, связанные с измерениями, дают возможность получать также числовые данные, которые используются при составлении и решении задач.

Обучение детей пяти лет измерительной деятельности требует:

- опыта дифференцированной оценки детьми длины, ширины, высоты, размера предмета в целом, что позволяет сосредоточить внимание ребенка на собственно измерительных действиях;
- умения координировать движение руки и глаз, что является непременным условием точности при выполнении измерений;
- определенного уровня развития счетных умений и количественных представлений для успешного сочетания измерений и счета;
- способности к обобщению, являющейся важным фактором осмысления сущности измерения.

Подготовка детей 4—5 лет к измерению с помощью условной мерки состоит в моделировании измерения (дети укладывают в ряд несколько равных коротких палочек, воспроизводя длину одной длинной палочки), применении мерки — посредника. Эти средства используются для сравнения, уравнивания и комплектования предметов по признаку величины. Вода из кувшина может быть разлита по одинаковым стаканам. Два шкафа сравниваются по высоте с помощью одного и того же шнура и т. д.

Следует знакомить детей с правилами измерения условной меркой, помогать им при выделении объектов, средств измерения и результата. Развивать умение давать словесные отчеты об измерении. На этой основе углублять представления о связях и отношениях между числами, использовать навыки измерения для деления целого на части.

В дошкольном возрасте дети овладевают несколькими видами измерения условной меркой. К первому виду следует отнести «линейное» измерение, когда дети с помощью полосок бумаги, палочек, веревок, шагов и др. учатся измерять длину, ширину, высоту различных предметов. Второй вид — определение объема сыпучих веществ (кружкой, стаканом, ложкой и другими емкостями измеряют количество крупы, сахара в пакете, в мешочке, в тарелке и т. д.). Наконец, третий вид — это измерение объема жидкостей. Дети узнают, сколько стаканов или кружек молока в бидоне, воды в графине, чая в чайнике и т. д.

Какой же из этих видов измерения легче, с чего начинать обучение? Ведь, несмотря на различие объектов, сущность измерения условной меркой одна и та же во всех рассмотренных случаях. Некоторые педагоги предлагают в качестве первоначального «линейное» измерение, другие — определение объема жидких и сыпучих веществ. Учитывая то, что дети в практической деятельности чаще всего имеют дело с измерением длин, следует отдать предпочтение «линейному» измерению.

Объекты для измерения и мерки могут специально изготавливаться взрослыми с привлечением детей (полоски бумаги, палочки, ленты и т. д.) или браться готовыми. Широко применяются естественные мерки: шаг, горсть, разведенные в стороны руки и т. д. Объекты для измерения ребенок может сам находить в окружающей обстановке.

Практическими средствами обучения измерению могут являться карандаши, ножницы, так называемые фишки-эквиваленты — мелкие однородные предметы, служащие для точного подсчета числа мерок.

Упражнениям, которые предлагаются для выполнения детям, целесообразно по возможности придавать практическую, проблемную направленность: измерить полоски меркой и выбрать равные по длине и ширине для плетения ковриков; измерив ленту, разделить ее на равные части; отмерить нужное количество воды для полива растений, корма для рыбок и т. д. Задания, предлагаемые в такой форме, активизируют детей, способствуют переносу освоенного на другие ситуации.

В ходе измерения дети осваивают правила (алгоритмы), в соответствии с которыми проходят процессы измерения. Например, при «линейном» измерении следует:

- измерять соответствующую протяженность предмета с самого ее начала (т. е. нужно правильно определить точку отсчета);
- сделать отметку карандашом или мелом в том месте, на которое пришелся конец мерки;
- перемещать мерку слева направо при измерении длины и снизу вверх — при измерении ширины и высоты (по плоскости и отвесу соответственно);
- при перемещении мерки прикладывать ее точно к отметке, обозначающей последнюю отмеренную часть;
- перемещая мерки, не забывать их считать (можно откладывать фишки-эквиваленты);
- окончив измерение, сказать, что и чем измерено и каков результат.

На первых порах дети затрудняются в одновременном выполнении измерительных действий и счете мерок. Поэтому используются фишки-эквиваленты в виде каких-либо предметов. Сделав один замер,

ребенок одновременно откладывает фишку-эквивалент. Подсчитав количество фишек, дети узнают, сколько мерок получилось, и тем самым определяют величину измеряемого объекта в точных количественных показателях. Благодаря введению фишек-эквивалентов непрерывная величина представляется через дискретное (отдельное), устанавливается взаимнооднозначное соответствие между мерками и их заместителями. Этот прием позволяет ребенку осмыслить сущность измерения и его результат независимо от того, что они измеряют.

Упражняя детей в каждом конкретном случае, важно подчеркнуть, что и чем измеряется, каков результат. Это поможет разграничить объект, средство и результат измерения, так как в дальнейшем дети будут устанавливать более сложные отношения между ними. Следует обращать внимание на точность формулировок ответов на вопросы: «Что ты измерил?» («Я измерил длину ленты (ширину стола, высоту стула и т. д.)»); «Чем ты измерял?» («Меркой»); «Какой?» («Веревкой»).

Результаты измерения осмысливаются благодаря вариативным вопросам: «Сколько раз уложилась мерка при измерении?», «Сколько получилось мерок?», «Какова длина стола?», «Сколько стаканов крупы помещается в миске?», «Как ты догадался, что...», «Почему так получилось?», «Что обозначает число, которое получилось при измерении?»

На начальных этапах условная мерка при измерении объекта должна укладываться в нем небольшое и целое число раз (2—3). Затем детей следует познакомить с правилом округления результатов измерения, которое позволяет использовать более разнообразные мерки и объекты для измерения. Суть правила заключается в том, что если остаток при измерении меньше половины мерки, то он не учитывается, если больше половины, то приравнивается к целой мерке, если равен половине мерки, то засчитывается как половина мерки (высота шкафа семь с половиной мерок).

В процессе выполнения упражнений необходимо предупреждать ошибки, которые дети часто допускают.

При «линейном» измерении:

- неправильно устанавливается точка отсчета, измерение начинается не от самого начала (края) предмета;
- мерка перемещается в произвольное место, т. е. прикладывается на каком-либо расстоянии от метки;
- мерка произвольно сдвигается вправо или влево, вверх или вниз (иногда в двух направлениях одновременно), так как слабо фиксируется ее положение на плоскости;
- дети забывают считать мерки, поэтому, выполнив измерение, не называют его результата;
- вместо отложенных мерок подсчитываются черточки-отметки. При измерении объемными мерками жидких и сыпучих веществ:
- нет равномерности в наполнении мерок, отсюда результаты либо преувеличены, либо уменьшены;
- чем меньше остается измеряемого вещества, тем меньше становится наполняемость мерки;
- не сочетаются счет и измерение.

С целью овладения измерением (назначением, процессом получения результата, переносом способа количественной оценки любых величин в другие виды деятельности) используются цветные счетные палочки Кюизенера (см. илл. 3, 4 цв. вкладки). Измеряемой величиной может быть любая из палочек, кроме белого кубика, означающего число 1. Кубик успешно используется в качестве мерки (им может быть измерено любое число). Если меркой является розовая палочка (число 2), то при измерении красной, фиолетовой, бордовой, оранжевой палочек может быть получено «целое» число мерок, а при измерении остальных палочек — остаток в виде одного кубика. Эти упражнения способствуют познанию детьми состава чисел из двух и нескольких меньших чисел, действий сложения и вычитания. Выполняемые действия сопровождаются разговором воспитателя с детьми. Выясняется, чему равна длина палочки (определенного цвета), если измерять ее белым кубиком, розовой или желтой палочкой; почему каждый раз получается в итоге разное количество мерок. Дети в ходе практических действий начинают осмысливать функциональную зависимость количества полученных мерок как от измеряемой длины, так и от размера используемой мерки.

### **Познание прямых и обратных зависимостей в процессе измерения величин**

В процессе измерения ребенок действует с измеряемой величиной (объектом измерения), меркой (средством измерения) и результатом (определенным количеством мерок). Эти три компонента находятся в зависимости между собой. При этом объект измерения остается неизменным, а две другие величины, размер мерки и количество мерок, изменяются. При измерении величины одного и того же объекта разными мерками мы получим разные результаты. В этом случае зависимость между размером мерки и результатом измерения, т. е. числом таких мерок, будет обратной: чем больше сама мерка, тем меньшее количество раз она уложится в объекте (и наоборот). При измерении величин двух разных по длине объектов одной и той же меркой результат будет зависеть от размеров объектов и зависимость будет прямой.



Из этого следует, что основной путь практического ознакомления дошкольников с некоторыми проявлениями зависимости — организация деятельности измерения с помощью условных мерок и наблюдение разных соотношений между величинами.

Следует учесть, что в практической деятельности дошкольников идея зависимости выступает в конкретной форме. На доступном ребенку 5—6 лет примере взрослый помогает ему понять соответствие измеряемой величины определенному количеству мерок, изменение одной величины в зависимости от другой, взаимосвязь между величинами (Р. Л. Непомнящая). Для этого в процессе измерения особое внимание уделяется точности обозначения действий, запоминанию результата: «Что ты измерял и как?», «Каков результат измерения?», «Как проверить, не ошибся ли ты при измерении?» В 5—6 лет дети постепенно начинают давать словесные объяснения, самостоятельно характеризуя объект, средство и результат, запоминают их количественные характеристики. Например, требуется решить практическую задачу: разделить 2 одинаковые по длине полоски на равные части: сначала одну из них — на 2 части, а затем другую — на 4. Ребенок складывает первую полоску пополам, сгибает и разрезает по сгибу, затем вторую складывает так, чтобы в результате получить 4 равные части, разрезает. В ходе разговора взрослого с детьми сравниваются результаты: количество полученных частей и их размеры, формулируется зависимость: чем больше количество частей, на которое делят целое, тем меньше каждая часть. Понимание и выражение в речи зависимости связано с умением выделять условие, при котором имеет место определенное соотношение между компонентами измерения; со сформированностью общих представлений об измерении величин.

Решить эти задачи можно, показывая детям измерение разных по величине объектов (двух или более) одинаковыми мерками с получением разных результатов; измерение разных по величине предметов разными мерками с получением разных или одинаковых результатов; измерение одного и того же объекта или равных по величине объектов разными мерками (результаты разные).

Для иллюстрации этих случаев надо использовать не только «линейное» измерение, но и измерять жидкие и сыпучие вещества, тогда у детей будут формироваться обобщенные представления.

Необходимо связать изменение одной величины с изменением другой, установить особенности и направления изменения. Основной методический прием — вопросы. Ими воспитатель пользуется, чтобы помочь осознать направление изменения в каждом конкретном случае (когда мерка длиннее — число мерок меньше, мерка короче — число мерок больше; мерок уложилось больше — предмет выше, меньше мерок — предмет ниже и т.д.)

Активизируют познавательную деятельность детей вопросы и просьбы («Почему?», «Почему так получилось?», «Объясни, как это получается»), которые требуют самостоятельного обоснования зависимости между величинами.

Вначале воспитатель подводит итог сам, в конкретной форме, учитывая высказывания детей. Затем они могут сделать это и самостоятельно. Воспитатель следит, чтобы в речи детей были точные характеристики, правильные и развернутые. Указывая направление изменения одной величины, они одновременно должны отмечать направление изменения другой, связанной с первой, определять, при каких условиях возможна такая связь между ними. Необходимо побуждать детей использовать в речи структуру условных предложений (если..., то..., а если..., то...; когда..., то..., а когда..., то...).

Постепенно необходимо переходить к наблюдению не только двух ситуаций измерения, но и трех. Это позволит детям убедиться в том, что выявленная зависимость может стать закономерностью, проявляющейся в ряде аналогичных случаев: «всегда бывает так, когда измеряем один предмет разными мерками»; «чем меньше мерка, тем больше их уложится при измерении одного и того же предмета»; «чем больше предмет, тем больше мерок получится» и т. д. Такие высказывания показывают, что детские представления начинают обобщаться. Проверить это можно, задав вопрос «Когда бывает так, что...» Ответ на этот вопрос связан с определением условия, при котором возможно именно данное соотношение между величинами («когда измеряли одинаковое разными мерками»; «когда одной и той же меркой измеряли что-нибудь длинное, мерок уложилось больше, а когда короткое — меньше»).

На этой основе возможны действия по представлению: высказывание предположений относительно сущности изменения величин вне наглядно-практической ситуации: «Что произойдет, если измерить один и тот же предмет разными мерками?», «А если измерять меркой другого размера, количество мерок получится такое же, как в первый раз?», «Какими мерками вам придется измерить крупу в разных пакетах, чтобы количество мерок оказалось одинаковым?» и т. д.

Можно предложить преобразовать один вид зависимости в другой: «Что и как нужно измерить, чтобы получилось по-другому?» Свои предположения дети должны проверить на практике, проиллюстрировав их конкретными примерами. В случае затруднения воспитатель помогает создать предметную ситуацию.

Для уточнения детских представлений, активизации познавательной деятельности используются разные приемы: практические задания (изготовление для плетения ковриков равных по длине полосок, с

использованием равных или разных мерок и т.д.); чтение художественных произведений (например, чтение сказки Г. Остера «Это я ползу» с последующей беседой, в ходе которой выясняется, прав ли удав, чем еще можно было измерить удава и т. п.); решение познавательных задач, отражающих в содержании деятельность измерения (например: «Дети измеряли длину дорожки шагами. У Вовы получилось десять шагов, у Саши — девять. Объясни, как получилось, что дети измеряли одну и ту же дорожку, а количество шагов у них оказалось разным»). Разнообразные проблемные ситуации и задачи с использованием измерительной деятельности специально создаются педагогом, или их придумывают сами дети.

Функциональные связи и зависимости дети познают не только в процессе измерения и по его результатам, но и при делении целого на части, группы предметов на большее или меньшее количество частей.

#### *Резюме*

У детей дошкольного возраста представление о величине формируется на основе непосредственного чувственного восприятия и обследования конкретных видов протяженности путем организации перцептивных действий с использованием слов, обозначающих протяженность и действие. ^ В ходе разработки педагогических технологий следует учитывать, что освоение величин только на сенсорной основе не обеспечивает развития у детей умения обобщать признаки и понимать отношения величин. Это возможно при сочетании обследования, сравнения и количественной оценки величины в результате измерения.

#### *Литература*

1. Белошистая А. В. Формирование и развитие математических способностей дошкольников. Курс лекций. — М.: Владос, 2004.
2. Развитие у детей представлений о величине / Теории и методика технологии математического развития детей дошкольного возраста. Хрестоматия/Сост.: З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая, М. Н. Полякова.— М.: Центр педагогического образования, 2008.
3. Щербакова Е. И. Методика обучения математике в детском саду. — М.: Академия, 2000.

#### *Вопросы и задания для самоконтроля*

- © Предложите современные педагогические технологии развития у детей представлений о величинах на основе интеграции математической и конструктивной деятельности детей, математической и природоведческой деятельности, математической деятельности и изготовления различных поделок (оригами, изонить и др.).
- © В чем причины снижения уровня представлений об измерении круп, сахарного песка, муки у детей нашего времени и повышение уровня представлений об измерении тканей, лент, тесьмы?
- © «Измеряем без линейки». Какие способы измерения доступны дошкольнику? Сформулируйте понятие «зависимость» относительно познавательных возможностей детей 5—6 лет.

### **3.5. Особенности и методика развития у детей дошкольного возраста представлений о массе предметов и способах измерения массы**

Давление предмета на ладонь руки дает возможность определить его тяжесть относительно другого. Это явление получило название «взвешивание на ладонях». Оно является первичным в восприятии ребенком веса и массы, определении и выделении предмета, который легче, чем другой, тяжелого и легкого среди нескольких. В традиционных системах сенсорного и математического воспитания детей уделялось большое внимание развитию у них «барического чувства» (М. Монтессори, Л. В. Глаголева, Е. И. Тихеева, Ю. И. Фаусек и др.). Современная методика развития у детей представлений о массе предметов и овладения практическими умениями определять вес на основе «барического чувства» (а в старшем дошкольном возрасте и с использованием детских весов) конструируется в основном на основе результатов педагогического исследования Н. Г. Белоус («Особенности формирования представлений о массе предметов („тяжести“) у детей дошкольного возраста».—Л., 1977 г.).

В ходе исследования было выявлено, что дети начинают выделять массу среди других свойств предметов (цвет, форма, размер) примерно к четырем годам. Оказалось, что они успешно различают предметы по массе среди тяжелых предметов (так они условно характеризуют предметы весом 150 г и больше). Среди легких предметов, вес которых меньше 150 г, дифференцировка обычно затруднена.

Развитие представления о массе предметов основывается на овладении ребенком «идеальным действием», которое включает 3 компонента:

- ориентировочное (взять в руки, положить на направленные вверх ладони);
- обследование-сопоставление (движения руками, имитирующие весы, — «взвешивание на ладонях»);
- проверка веса, состоящая в смене рук или последовательном «взвешивании» каждого из предметов на одной из рук.

В исследовании Н. Г. Белоус при изучении стихийного опыта детей были выявлены следующие основные особенности восприятия и оценки массы детьми.

В 3—4 года дети ориентировались на внешний признак (тяжелее то, что больше по размеру); брали предметы в руки (иногда в одну), сжимали, раскладывали; словами *тяжелее* — *легче* не пользовались, руки их были напряжены; такой же по массе предмет не находили; весы использовали в качестве игрушки; относительность массы никак не фиксировали.

В 4—5 лет определяли большой предмет как тяжелый; пытались передвигать, перекладывать предмет, взвешивали их на ладонях рук, перекладывали с одной ладони на другую; пользовались словом *тяжелый*; весы по назначению не использовали; такой же по массе предмет пытались искать, но безуспешно; соотношение масс предметов не воспринимали.

В 5—6 лет высказывали сомнение по поводу оценки массы предметов (большого и маленького); пытались поднять предмет двумя руками, переложить его; взвешивали предметы на ладонях, перекладывали из одной руки в другую; оценивали предметы как легкие или тяжелые; использовали весы по назначению; соотношение предметов по массе различали практически, но в речи не выражали; находили такой же предмет (по образцу) с небольшой ошибкой.

*Овладение умением определять массу* (что тяжелее, легче; тяжелое — легкое, одинаковое с ... по весу) происходит в сравнении предметов с контрастной разницей, в среднем в 100-граммовой зоне тяжелых предметов. Используемая методика обучения аналогична той, что применяется при освоении других величин (протяженностей, объема, времени и др.): выбери «бревно», которое сможет донести Михаил Иванович, и то, которое посильно Ми-шутке (соотнесение); отбери мешочки, одинаковые по массе (группировка по признаку); сначала найди самую легкую машинку, затем ту, что тяжелее и т. д. Сколько машинок ты отобрал? Чем они отличаются? Так реализуется упорядочивание.

Как правило, взрослый способствует освоению ребенком 3—4-х лет общих представлений о массе как признаке предметов; развитию умения отражать результаты сравнения в речи, пользуясь словами *тяжелее* — *легче*, *тяжелый* — *легкий*, *одинаковые* — *разные*. Для этого дети в самостоятельных играх, быту, природе перебирают предметы, перекладывают, находят те, которые могут передвинуть, поднять и переложить на другое место. Образец как меру для сравнения дети 3—4 лет еще не воспринимают. С этого возрастного периода начинается накопление опыта восприятия и различения предметов по массе.

Необходимо развивать у детей 4—5 лет точность восприятия; учить их сравнивать «на руке» не очень контрастные по массе предметы; упражнять детей в определении относительности оценки веса, когда один и тот же предмет может быть тяжелее одного, но легче другого (количество сравниваемых предметов увеличивается до четырех, пяти); развивать умение устанавливать отношения равенства и неравенства (такой же по массе, не такой, тяжелее и т. п.) между предметами. Для этого используется упражнение «Выбор по образцу». Например, один из пяти мешочков с песком выбирается в качестве образца (эталоны), обследуется «идеальным» действием; затем ребенок ищет среди оставшихся такой же или более тяжелый (легкий) мешочек; дети овладевают умением располагать три (4, 5) предмета разной массы (при одной и той же разнице масс) в возрастающем или убывающем порядке.

В 5—6 лет дети осваивают умения сопоставлять предметы по массе с помощью чашечных или электронных весов, проверяя таким образом результаты сравнения предметов путем «идеального» действия; определяют равенство и неравенство, независимо от внешнего вида. (Большие по размеру, но легкие (легче), маленькие пакеты или мешочки, но тяжелые (тяжелее); самостоятельно группируют и классифицируют предметы по массе; строят сериационные ряды из 7—10 предметов.)

В 6—7 лет дети включаются в поиск ответов на вопросы типа «Можно ли, измеряя ложкой песок в двух мешочках, определить массу того и другого? Что узнаете при этом?» (Действие выполняется практически.)

Педагог может поставить перед детьми познавательную задачу: найти способ выявления равенства или неравенства по массе двух сосудов с водой, пользуясь двумя стаканами разных размеров. Или при определении массы необходимо установить связь между делением целого на неравные и равные части и массой частей (оценивается объем жидкости, массы сыпучих тел, деления плоских, объемных предметов).

Данные экспериментальных исследований и практический опыт свидетельствуют о необходимости интегрировать в педагогическом процессе детского сада разные виды детской познавательной деятельности: измерение, сравнение, счет, деление целого на равные части и др.

В предметно-игровой среде каждой возрастной группы необходимо иметь комплект материалов для развития у детей «барического чувства», представлений о массе, умений сравнивать, изменять вес предметов. Это прежде всего мешочки с речным песком, древесными опилками одинакового веса и разного

размера. Опираясь с таким материалом, ребенок может найти, исходя из практической потребности, два мешочка разных по размеру, но одинаковых (или разных) по массе; пересыпать часть песка из одного мешочка в другой, чтобы уравновесить их или, наоборот, сделать разными.

В старшем дошкольном возрасте используют весы для сравнения двух предметов по массе. Естественно, что это действие не является взвешиванием. Оно пока еще напоминает сенсорное действие «взвешивания предметов на ладонях».

С помощью весов уточняется также представление детей об инвариантности (неизменности) массы. Например, из куска пластилина предлагается вылепить два одинаковых по размеру предмета. Их равенство по массе проверяется на чашечных весах. Затем один предмет дети преобразуют. На одну чашу весов помещают вылепленный предмет, на другую — исходный. Равновесие чаш покажет детям равенство масс. Можно несколько раз менять форму предметов и, используя весы, убедиться в неизменности массы. «Одинаково, потому что к куску пластилина мы ничего не прибавляли и ничего не убавляли», — говорят дети. «Кусок пластилина остается тем же, только форма предмета меняется», — уточняет воспитатель.

Так дети на практике приходят к выводу: преобразования, которые изменяют внешний вид объекта, оставляют неизменной его массу.

### *Резюме*

^ От возраста к возрасту увеличивается количество предметов, сравниваемых ребенком по массе: от двух (различение легкого и тяжелого предмета в паре) к сравнению трех и установлению зависимости между ними, а затем пяти, шести и более. Упражнения, осуществляемые ребенком в данных условиях, способствуют абстрагированию веса (массы) от других свойств — цвета, формы, размера, назначения предмета — и углубленному познанию всех свойств во взаимосвязи. Сравнение предметов, объема жидкости сыпучих веществ по массе гораздо сложнее, чем подлине, ширине, высоте, объему.

ИГ Включение в проблемные ситуации таких действий, как группировка, определение порядка следования предметов разной массы, измерение массы условными мерками, и других способов оценки массы активизирует мышление детей, способствует воспитанию активности и переносу освоенных действий в другие виды деятельности.

Н" В ходе экспериментов, проведенных Н. Г. Белоус, были выявлены особенности отношения детей к данному свойству, умений определять (узнавать), что тяжелее, что легче, и применять полученные знания в соответствующих ситуациях.

### *Литература*

1. Белоус Н. Г. Особенности построения детьми 3—7 лет сериационного ряда предметов разной массы. — М.: Центр педагогического образования, 2008.
2. Белоус Н. Г. Различение детьми предметов по их тяжести и отражение этих свойств в речи. — М.: Центр педагогического образования, 2008.
3. Белоус Н. Г. Характер действия детей дошкольного возраста при сопоставлении предметов по их тяжести / Теория и методика развития математических представлений у детей дошкольного возраста. Хрестоматия / Сост.: З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая, М. Н. Полякова. — М.: Центр педагогического образования, 2008.
4. Белошистая А. В. Формирование и развитие математических способностей дошкольников. Курс лекций. — М.: Владос, 2004.
5. Данилова В. В., Рихтерман Т. Д., Михайлова З. А. Обучение математике в детском саду. — М.: Академия, 1997.
6. Щербакова Е. И. Методика обучения математике в детском саду. — М.: Академия, 2000.

### *Вопросы и задания для самоконтроля*

- © В чем состоит сравнение ребенком 3—4-х лет воздушного шара и металлического шарика (деревянного, пластмассового)? Какова методика организации этого процесса?
- © Как выявить возможности ребенка дошкольного возраста в познании прямых и обратных зависимостей между массой объекта, размером мерки и полученным результатом?
- © Влияет ли катание детей на двухместных качелях на понимание ими того, что такое масса?
- © Предложите методику использования игрового пособия типа «Подвеска-равновеска» с целью развития у детей представления о массе (подвешенная дощечка с набором одинаковых и разных по форме и массе пластин).

### 3.6. Развитие пространственных представлений в дошкольном возрасте

Развитие у детей дошкольного возраста пространственных представлений в условиях педагогического процесса дошкольных учреждений является довольно сложным явлением в силу ряда объективных причин:

- сочетание *непосредственного восприятия* ребенком пространственных отношений и зависимостей (справа, дальше, левее, выше, чем... и др.) и *словесного обозначения* их (где находится предмет относительно ориентирующегося, другого человека, объекта удаленности и др.);
- отсутствие в речи ребенка слов, обозначающих пространственные категории, или неадекватное их использование затрудняет ориентировку, обеспечение безопасного поведения, сохранение собственного здоровья и жизнедеятельности организма;
- постоянная смена слов (понятий), обозначающих пространственные направления, при условии *передвижения* ребенка среди объектов окружающей среды (в условиях ограниченного или более широкого пространства); неизменным при этом остается схема собственного тела, что и обеспечивает точность ориентировки в ходе поисковых действий, довольно длительных у некоторых детей.

В общем понимании в понятие пространственной ориентации включается оценка расстояния, размера, формы, взаимного положения предметов и их положения относительно ориентирующегося, т. е. ориентировка на местности. Это:

- определение «точки стояния», т. е. своего местонахождения по отношению к окружающим объектам (людям), например «я стою между Вовой и Светой»;
- определение местонахождения объектов относительно человека, ориентирующегося в пространстве, например «окно справа, а стол слева от меня»;
- определение пространственного расположения одного объекта относительно другого, пространственных отношений между ними, например в ограниченном пространстве стола: «справа от меня — карандаш, слева — бумага».

Одним из основных условий развития умения ориентироваться в пространстве является *движение* (передвижение на плоскости, смена направлений в зависимости от поставленной цели, изменения в ходе передвижения, планирование способа продвижения и т.д.).

#### Особенности пространственной ориентировки ребенка дошкольного возраста

По данным психолого-педагогических исследований, ребенок в дошкольном возрасте осваивает словесную систему отсчета пространства, которая базируется на чувственной.

Для чувственной системы отсчета характерна практическая ориентировка с опорой на «схему» собственного тела, а затем — на игрушку, другого человека, что относится в большей мере к словесной системе отсчета пространства.

Словесная система ориентировки в пространстве, естественно, тоже является практической, при которой направление, пространственное отношение, месторасположение объекта не только названы, но и взаимосвязаны с предметным ориентиром: вверху — где голова (потолок, небо), внизу — где пол, ноги; впереди — там, где лицо, а сзади — там, где спина; направо — там, где правая рука, нога, ухо, а налево — где левая часть тела. Ориентировка на собственном теле служит опорой в освоении ребенком пространственных направлений.

Из трех парных групп основных направлений, соответствующих основным осям человеческого тела, — фронтальной (*вперед — назад*), вертикальной (*вверх — вниз*) и сагитальной

(*направо — налево*) — раньше всех выделяется верхняя, что объясняется преимущественно вертикальным положением тела ребенка. Вычленение же нижнего направления (как противоположной стороны вертикальной оси) и дифференцировка парных групп направлений, характерных для горизонтальной плоскости (*вперед — назад, направо — налево*), происходят позднее. Очевидно, точность ориентировки на горизонтальной плоскости в соответствии с характерными для нее группами направлений является более сложной задачей для дошкольника, нежели дифференцировка различных плоскостей (вертикальной и горизонтальной) трехмерного пространства.

Ребенок 3–4-х лет ошибается в точности различения правого и левого, верхнего и нижнего, пространственного направления *вперед* и противоположного ему *назад*. Особую трудность для дошкольников представляет различение *направо — налево*, в основе которого лежит процесс дифференцировки правой и левой сторон тела. Ребенок постепенно овладевает пониманием парности пространственных направлений, адекватным их обозначением и практическим различением.

В каждой из пар пространственных обозначений выделяется сначала одно, например: *под, справа, сверху, сзади*, а на основе сравнения с первыми осознаются и противоположные: *над, слева, снизу, впереди*.

Это следует учитывать в методике обучения, последовательно упражняя детей в различении взаимосвязанных между собой пространственных направлений.

Осваивая пространство, ребенок как бы «практически примеривает» реальное расположение объектов к точке отсчета (собственному телу).

В дальнейшем он зрительно оценивает расположение объектов, находящихся на некотором расстоянии от исходной точки. Велика при этом роль двигательного анализатора, участие которого в пространственном различении постепенно изменяется. Вначале весь комплекс пространственно-двигательных связей представлен весьма развернуто. Например, ребенок прислоняется спиной к предмету и только после этого говорит, что предмет этот расположен сзади; касается рукой предмета, находящегося сбоку, и лишь затем говорит, с какой стороны от него — с правой или с левой — расположен данный объект и т. п. Иначе говоря, ребенок практически соотносит объекты с чувственно данной ему системой отсчета, которую представляют различные стороны его собственного тела.

Постепенно передвижение к объекту, касание его заменяется поворотом туловища, а затем — указательным движением руки в нужном направлении, которое сменяется легким движением головы и, наконец, только взглядом, обращенным в сторону определяемого предмета. Это является показателем того, что от практически действенного способа пространственной ориентации ребенок переходит к *зрительной оценке пространственной размещенности предметов*.

Для ребенка, находящегося на данном этапе освоения пространства, площадь, на которой он ориентируется, ограничена. Он стремится приблизиться к объекту, осуществляет ориентировку на основе «схемы» собственного тела и «от себя» одновременно. Такой тип ориентировки в пространстве свойственен детям 3—4-х лет.

Постепенно границы воспринимаемого пространства как бы увеличиваются для него самого и начинают выделяться участки, которые непосредственно не примыкают к саггитальной или фронтальной линиям. Это переднее (правостороннее, левостороннее) и заднее (правостороннее, левостороннее) направления.

В 5 лет площадь выделенных ребенком участков (переднего, заднего, правого, левого) постепенно увеличивается. Все более возрастает степень их удаленности по той или иной линии (фронтальной или саггитальной). Теперь даже удаленные объекты определяются ребенком как расположенные впереди или сзади, справа или слева от него. Увеличивается постепенно и площадь выделенных участков от саггитальной и фронтальной линий, происходит как бы их сближение. Постепенно местность начинает осознаваться ребенком как целое.

Вслед за ориентировкой «на себе» и «от себя» (на местности) дети переходят к определению пространственного расположения предметов (слева от..., далеко от...), пользуясь этой же системой отсчета. Таким образом, ориентировка «на себе» — условие успешного развития у детей умения ориентироваться «от себя» и «от объектов». Определяя расположение предметов, ребенок постоянно соотносит окружающие предметы с собственными координатами. Так, для определения «справа — слева» относительно человека, стоящего напротив, ребенок прежде всего определяет эти стороны «на себе», затем совершает мысленный поворот на 180° и, встав в позицию напротив стоящего человека, определяет его правую и левую сторону. Только после этого ребенок сможет определить пространственное расположение справа и слева от другого человека, т. е. ориентировка «на себе» является при этом исходной.

Ориентировка «от себя» предполагает умение пользоваться системой, когда началом отсчета является сам субъект, а ориентировка «от объектов» требует, чтобы началом отсчета был тот объект, по отношению к которому определяется пространственное расположение других предметов. Для этого необходимо уметь вычленять различные стороны этого объекта: переднюю, заднюю, правую, левую, верхнюю, нижнюю.

### **Методика развития пространственных представлений и умений ориентироваться**

Познание пространственных отношений, связей и зависимостей в расположении объектов является процессом длительным и сложным. Пространственная ориентировка осуществляется на основе восприятия пространства и освоения пространственных категорий (протяженность, форма, местоположение, размерные отношения и др.). В образовательном процессе дошкольного учреждения указанная деятельность интегрируется с другими: конструированием, рисованием, измерением, построением упорядоченных рядов, трудовыми действиями и т. д. Развитие умений ориентироваться происходит в разных видах деятельности с использованием моделирования, схематизации (там, где это приемлемо).

Ориентировка в ближайшем окружении, обстановке (в предметной среде возрастной группы, дома, на участке детского сада, прогулочной площадке; по ходу маршрута, ведущего в детский сад, кинотеатр, магазин) особо значима для ребенка в плане развития его самостоятельности.

По данным педагогического исследования Т. А. Мусейбо-вой, в понятие «пространственная ориентировка» ребенка дошкольного возраста включается следующее.

- Ориентировка и различение направлений, когда собственное тело ребенка является точкой отсчета. Различение: *правая — левая, вперед — назад, вверх — вниз*. Определение направления в статике (с обязательным названием).
- Определение местоположения окружающих предметов относительно себя (близко расположены, находятся на значительном расстоянии (видимом) и т. п.).
- Определение своего местоположения относительно окружающих предметов («от объектов»).
- Различение направлений в движении.
- Ориентировка на предметах, выделение сторон: передняя, тыльная, верхняя, нижняя, правая, левая.
- Ориентировка в пространственных отношениях между предметами (использование в речи предлогов и наречий).
- Ориентировка на плоскости (листа, стола), т.е. в двумерном пространстве.
- Ориентировка на близком, далеком расстоянии, понимание перспективы (практическое).
- Ориентировка в уличном движении.

В ходе изучения пространства дети осваивают значения предлогов и наречий, отражающих пространственные отношения. Это предлоги, отражающие многообразие пространственных отношений между предметами, между человеком и предметами, указывающие направление движения к тому или иному предмету или на расположение предмета в процессе движения.

К первой группе относятся предлоги *на, в, сзади, впереди, за, напротив* и др. Внутри этой группы имеются свои отличия; передающие оттенки пространственных отношений между предметами.

Пространственные отношения между предметами отражаются с помощью предлогов *под, над, впереди, перед, за, сзади*. С одной стороны, они показывают положение одного предмета по отношению к другому, а с другой — направление движения по отношению к другому предмету.

У предлогов *перед, сзади*, несмотря на то что они указывают противоположные пространственные отношения между предметами, имеется общий оттенок — они указывают на близость одного предмета к другому. Наоборот, в другой паре предлогов — *впереди* и *за*, также отражающих противоположные отношения между предметами, общность состоит в том, что в них подчеркивается некоторая отдаленность в расположении предметов (*впереди* — лес; мой детский сад — *за* магазином).

Пространственное расположение человека (предмета) лицом (лицевой стороной, фасадом) к другому человеку или предмету выражается предлогом *против (напротив)*, при этом указывается на близость расстояния между ними (дети построились в два ряда *напротив* друг друга).

Местонахождение человека, предмета в окружении других предметов или лиц указывается с помощью предлогов *среди, вне, посреди*. На расположение чего-либо в центре указывают предлоги *между, вокруг*.

Ко второй группе относятся предлоги, с помощью которых передается направление движения в пространстве. В предлогах *к, из-за* отражается направление движения к тому или иному предмету.

Движение по поверхности передается с помощью предлогов *по, через*.

Предлоги *вдоль* и *поперек* указывают на расположение предметов в процессе движения или какого-либо действия (*вдоль* дороги; *вдоль* стены; *поперек* дороги лежало бревно).

Кроме предлогов, для обозначения пространственных отношений используются наречия. Одни из них показывают направление движения и отвечают на вопрос «Куда?» (*сюда, туда, налево, направо, вправо, вперед, назад, наверх, вверх, вниз, внутрь, наружу* и т. п.), другие же указывают направление обратного движения и отвечают на вопрос «Откуда?» (*отсюда, оттуда, слева, справа, спереди, сзади, сверху, изнутри, снаружи, извне, издалека, отовсюду* ит. д.).

Третья группа пространственных наречий обозначает место действия, отвечает на вопрос «Где?» (*тут, там, здесь, слева, справа, впереди, сзади, позади, сверху, наверху, внизу, внутри, вне, снаружи, везде, всюду, повсюду* и т. д.).

*Педагогическая технология* развития пространственных представлений, овладения умениями ориентироваться и отражать свои представления в речи и в простой модели представлена:

- упражнениями в познании пространственных отношений в контексте любой детской деятельности (рассматривание фотографии, иллюстрации; оригами и вышивание; «прочтение» схем и т. д.);
- специально сконструированными играми, упражнениями, проблемными и творческими ситуациями с элементами моделирования (использования замещения, предметно-схематических и графических моделей и схем и т. д.).

Формы организации детской деятельности могут быть представлены следующими способами.

- Мини-ситуации, специально создаваемые педагогами, родителями с целью овладения детьми каким-либо видом ориентировки. Например, схематически показано, что справа от дерева, в берлоге

поселилась лиса, а впереди слева, около норы стоит медведь. Ребенок «наводит порядок», называя пространственные перемещения.

- Игровые упражнения на определение местоположений предметов и направлений: «Что впереди, что сзади», «Переложил игрушку в правую руку. Спрячь под столом». Самостоятельное придумывание детьми подобных упражнений. Полезно предложить ребенку задать вопрос (где и что находится); показать стрелкой, где лежит предмет или в каком направлении его искать. При поиске спрятанных предметов разумно использовать игровой прием «горячо — холодно».
- Упражнения типа «А что будет, если...» (изменится расположение, направление движения, количество сидящих за столом, расположение изображенных на фотографии и т. д.). Возможна схематизация, предложенная детьми.
- Проблемные ситуации. Например, надо найти самый короткий маршрут. (Ситуация для детей 6—7 лет из книги А. А. Смоленцевой и О. В. Суворовой «Математика в проблемных ситуациях для маленьких детей». — СПб., 2004, с. 72, 73.)
- Графические упражнения, «зрительные диктанты» на освоение симметрии, развития умений ориентироваться на плоскости, раскрашивать черно-белые рисунки. Упражнения выполняются на бумаге в крупную клетку по образцу, под диктовку, по собственному замыслу.
- Дидактические игры (развивающие).
- Игры на освоение наглядного моделирования с использованием плана, плана-схемы, разного рода замещений («Кукольная комната», «Найди спрятанную игрушку», «Кукла Маша купила мебель» и др.).
- Игры с использованием самостоятельно придуманных детьми и представленных графически планов (схем): «Поиск кладов», «Мы — разведчики!» и др.
- «Мы — пешеходы»: серия упражнений и игр на освоение правил движения по тротуару, пешеходной дорожке; перехода через улицу по светофору и без и др.
- Рассказывание по картинкам, чтение и беседа о прочитанном. Изображение (условное) разных видов пространственных отношений, удаленности, перспективы. Творческие упражнения и игры, рассказы-инсценировки, разные виды театра и др. Опыт ориентировки в пространстве накапливается у ребенка при выполнении разных действий, режимных процессов; чаще всего разные виды ориентировки «сосуществуют». Несмотря на это, следует соблюдать логику в усложнении, которая базируется на знании актуального уровня развития ребенка. Усложнение (от возраста к возрасту) состоит:
- в увеличении количества вариантов пространственных отношений;
- в повышении точности различения их детьми и поименовании соответствующими словами;
- в переходе от узнавания к воспроизведению пространственных отношений, в том числе между субъектом и окружающими его объектами;
- в переходе от ориентировки в специально организованной развивающей среде к ориентировке в окружающем пространстве;
- в обобщенности представлений и способов действий, переходе от практически-действенного способа пространственной ориентации к зрительной ориентировке.

Совершенствованию зрительной ориентировки на плоскости листа, разлинованного в крупную клетку, стола, таблицы способствует оправдавший себя на практике прием, условно называемый «зрительный диктант». Вслед за распределением плоских изображений, фигур, рисованием на плоскости листа по собственному замыслу ребенок начинает (в 5—6 лет) располагать предметы, рисовать по правилам, которые сообщает ему взрослый:

- заштриховать клетки вдоль левой стороны листа (по боковой правой стороне, в верхнем правом углу, справа (слева) от...);
- штриховать клетки, чередуя цвет, вид штриховки и т. д.;
- найти способ определения центра (середины листа) и выложить узор снизу от найденного центра;
- вдоль линии, проведенной через центр листа, наклеить половину прямоугольника, затем восстановить (дорисовать) вторую половину (упражнение на освоение симметрии). Учебно-игровое пособие «На золотом крыльце» и игра «Кростики» (автор Б. Б. Финкельштейн, СПб., ООО «Корвет») способствуют развитию у детей умений ориентировки на плоскости; одновременному освоению чисел, форм, размеров; запоминанию и различению цветных чисел (цветных счетных палочек Кюизенера).

В разнообразных видах детских деятельности, которыми увлекается ребенок-дошкольник, всегда имеет место упражняемость в дифференцировке пространственных направлений, определении местонахождения предметов, повышении точности речевых высказываний.



- ^ Развитие умений ориентироваться в расположении предметов «от себя», «от другого объекта» происходит в период дошкольного возраста. Показателем развития пространственных представлений является постепенный переход от использования ребенком системы с фиксированной точкой отсчета («на себе») к системе со свободно перемещаемой точкой отсчета («на других объектах»).
- ^ Рациональное сочетание педагогических технологий, основанных на непосредственном восприятии пространственных отношений и отображении их в виде схемы, плана, ускоряет процесс освоения пространства детьми, обеспечивает жизненность представлений и перенос их в другие ситуации.

#### *Литература*

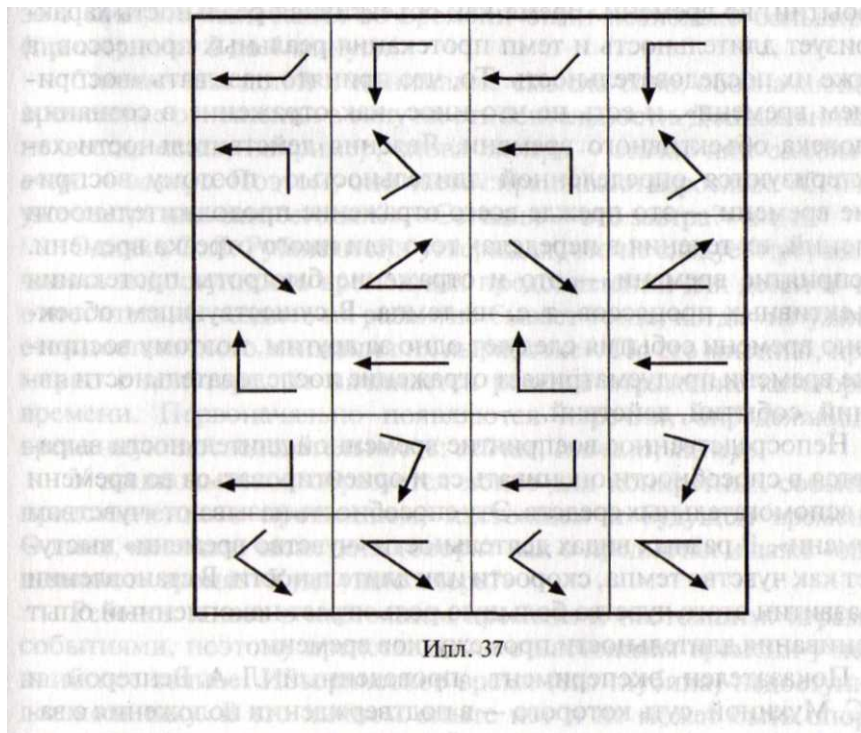
1. Гоголева В. Г. Игры и упражнения для развития конструктивного и логического мышления у детей 4—7 лет. — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2004.
2. Развитие пространственных представлений в дошкольном возрасте / Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста. Хрестоматия / Сост.: З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая, М. Н. Полякова. — М.: Центр педагогического образования, 2008.
3. Чего на свете не бывает? / Под, ред. О.М.Дьяченко, Е. Л.Агаевой.— М.: Просвещение, 1991.
4. Щербакова Е. И. Методика обучения математике в детском саду.— М.: Академия, 2000.

#### *Вопросы и задания для самоконтроля*

- © В чем состоят, на ваш взгляд, сложности в освоении пространственных отношений детьми 3—4, 4—5 лет? Используют ли дети этих возрастов адекватно пространственные предлоги и наречия?
- © Разработайте методики активизации мыслительной деятельности по освоению пространственных отношений ребенком в ходе игры с «Притворщиком» (плоским или объемным). Выпускает игру фирма «Антошка», ЧП «Саркисов», СПб.
- © Прокомментируйте предложенный текст и раскройте возможности моделирования пространственных отношений по содержанию отрывка из стихотворения Н. Заболоцкого:

Карлушка по улице гордо идет, Шагает ногами вперед и вперед, Захочет  
направо — Пойдет направо, Захочет налево — Пойдет налево.

- © Рассмотрев таблицу на илл. 37, разработайте методику включения ее в процесс развития пространственных представлений у детей 4—5 лет.



### **3.7. Развитие временных представлений у детей дошкольного возраста**

Мудрое распределение времени есть основа для деятельности.

*Я. А. Коменский*

Время и пространство — наиболее сложные категории для познания детьми дошкольного возраста. Они становятся доступны при использовании в педагогическом процессе современных технологий развития у детей пространственно-временных представлений. Одна из *ведущих задач познания* временных отношений уже в дошкольном возрасте состоит в том, чтобы дать возможность ребенку обнаружить взаимосвязи некоторых предметов и явлений окружающего мира, в частности последовательности действий (событий) во времени. Время как объективная реальность характеризует длительность и темп протекания реальных процессов, а также их последовательность. То, что принято называть «восприятием времени», и есть не что иное, как отражение в сознании человека объективного времени. Явления действительности характеризуются определенной длительностью, поэтому восприятие времени — это прежде всего отражение продолжительности явлений, их течения в пределах того или иного отрезка времени. Восприятие времени — это и отражение быстроты протекания объективных процессов, т. е. их темпа. В существующем объективно времени события следуют одно за другим, поэтому восприятие времени предусматривает отражение последовательности явлений, событий, действий.

Непосредственное восприятие временной длительности выражается в способности оценивать ее и ориентироваться во времени без вспомогательных средств. Эту способность называют «чувством времени». В разных видах деятельности «чувство времени» выступает как чувство темпа, скорости или длительности. В становлении и развитии этого чувства большую роль играет накопленный опыт оценивания длительности промежутков времени.

Показателен эксперимент, проведенный Л. А. Венгером и В. С. Мухиной, суть которого — в подтверждении положения о зависимости умения определять небольшие промежутки времени от того, что за это время ребенок успел сделать.

Старшим дошкольникам сказали, что будут проверять, как они умеют определять время, и предложили рисовать, сообщив, что рисовать нужно ровно 3 минуты. Работа была начата и окончена по сигналу воспитателя. После этого детям предложили вновь по сигналу начать рисовать на чистом листе бумаги (прежние рисунки убирались), но закончить по своему усмотрению — когда пройдет 3 минуты. Большинство детей начало рисовать те же предметы, которые они изображали только что. Когда ребят спросили: «Почему вы повторяете тот же рисунок, ведь рисовать то же самое неинтересно?», они ответили, что при этом будут рисовать столько времени, сколько задано. Действительно, дети рисовали около 3 минут (от 2,5 до 3,5 минут).

Когда же детей попросили нарисовать что-нибудь новое тоже за 3 минуты, колебания во времени были несколько большими (примерно от 2 до 4 минут).

Сложно для детей и понимание смысла слов, обозначающих временные отношения в силу их относительности. Дошкольникам не всегда ясны, например, слова *теперь — сейчас* или *сегодня — вчера — завтра*. Поэтому они часто спрашивают взрослых: «Сейчас уже завтра или еще сегодня?», «Сегодня — это завтра?» и т. п.

Однако С.Л. Рубинштейн утверждал, что не следует преувеличивать недоступность временных представлений для детей и что относительно позднее их развитие бывает тогда, когда «не уделяется достаточного внимания их выработке». По его мнению, примерно с полутора лет начинается речевое отражение категорий времени. Первоначально появляются наречия, определяющие временную последовательность: *сейчас, сначала, теперь*.

У дошкольников образуется ясное для конкретных событий представление о прошедшем, настоящем и будущем времени. О днях, месяцах, часах дети говорят как о предметах и даже «одушевляют» время: «Куда ушло вчера?»

Ребенок живет в настоящем времени и настоящим: играми, событиями, поэтому представление о настоящем времени у него наиболее точное. Историческое время (его глубина) недоступны дошкольнику. В его личном опыте нет и не может быть опоры (мерки) для отсчета давнопрошедшего времени. В силу этого вопрос ребенка «А где сейчас живет Петр Первый?» вполне уместен.

По мере накопления опыта ориентировки во времени в качестве показателей начинают использоваться некоторые объективные явления: «Сейчас уже утро, светло, солнышко встает, а ночь — это когда темно и все спят».

Дошкольники часто локализируют во времени события, обладающие отличительными качественными признаками, эмоциональной привлекательностью, хорошо им знакомые: «Елка — когда зима; едем на дачу, когда лето» и др.

Дети 5—6 лет уже активно пользуются временными наречиями. Но не все временные категории осознаются ими и правильно отражаются в речи: лучше усваиваются наречия, обозначающие скорость и локализацию событий во времени (*давно, быстро*), хуже — наречия, выражающие длительность и последовательность (*после, долго, скоро*). Процесс речевого выражения временных понятий у детей 5—6 лет находится в стадии непрерывного развития. Однако тонкая дифференцировка временных отношений в

дошкольном возрасте формируется медленно и в значительной степени зависит от общего умственного и речевого развития детей.

Представления детей дошкольного возраста о времени связаны с умением ориентироваться во времени суток по природным явлениям, с представлением о причинно-временных зависимостях ритмичных природных явлений, с овладением временными понятиями (на рассвете, в сумерки, в полдень, в полночь, сутки, неделя, месяц, год). Большинство детей не замечает различий в окраске небосклона в разные периоды суток, не может установить и последовательность частей суток. В их представлении сутки кончаются ночью, а утром начинаются.

Часто дошкольники не могут определить последовательность дней недели. В запоминании дней недели наблюдается неравномерность, лучше запоминаются дни, имеющие выраженную эмоциональную окраску для ребенка. Эта особенность проявляется и в запоминании детьми названий месяцев. Так, ребенок 4-х лет на вопрос взрослого «Как называется первый день недели?» ответил: «Детский сад».

Недостаточны знания старших дошкольников о способах измерения времени (с помощью календаря, часов). Названия интервалов времени (минута, час) остаются для детей чисто словесными, абстрактными, так как у них еще не накоплен жизненный опыт деятельности в течение этих отрезков времени.

Опыт показывает, что дошкольники способны оценивать длительность одной минуты, но эта оценка зависит от вида деятельности в данный промежуток времени. Положительные эмоции у детей, возникающие в процессе интересной деятельности, вызывают желание продлить ее. Поэтому при оценке времени, заполненного событиями интересного и богатого содержания, ребенок допускает переоценку малого времени, которое протекает незаметно и длительность которого кажется меньше. Время, заполненное однообразной, малоинтересной деятельностью, кажется ребенку более длительным. Влияние этих субъективных факторов может быть значительно ослаблено в результате развития у детей «чувства времени», точности оценки различных временных интервалов под воздействием специально организованных упражнений.

#### *Методика развития временных представлений у детей дошкольного возраста*

Время воспринимается ребенком опосредованно, через конкретизацию временных единиц и отношений в постоянно повторяющихся явлениях жизни и деятельности. Большой точностью отличаются представления детей о таких промежутках времени, навык различения которых формируется на основе личного опыта. Поэтому детей надо знакомить с небольшими интервалами времени, которыми можно измерять длительность действий в разных видах деятельности.

Меры времени (секунда, минута, час, сутки, неделя, месяц, год, век) представляют определенную систему временных эталонов, где каждая мера складывается из единиц предыдущей и служит основанием для построения следующей. Поэтому знакомство детей с единицами измерения времени должно осуществляться в строгой системе и последовательности, где знание одних интервалов времени, возможность их определения и измерения служили бы основанием для познания следующих и раскрывали детям существенные характеристики времени: его текучесть, непрерывность, необратимость.

Возникает вопрос: в какой именно последовательности знакомить детей с этими мерами времени? С какой меры времени начать?

В повседневном домашнем обиходе и в детском саду у детей рано складываются более или менее определенные представления о реальной продолжительности таких промежутков времени, как утро, полдень, вечер, ночь. Следовательно, воспитатель имеет возможность уточнить и конкретизировать знания детей (от 3-х лет) о частях суток, формировать у них навыки распознавания и называния этих частей суток.

У детей 4—5 лет следует развивать представления о последовательности частей суток и о сутках в целом; нужно ознакомить со значением слов *вчера, сегодня, завтра*. Детей старшего дошкольного возраста можно знакомить с неделями, месяцами, годом. Параллельно надо развивать и само чувство времени; знакомить с длительностями таких мер времени, как 1 минута, 3, 5, 10 минут, полчаса и час; учить пользоваться такими приборами измерения времени, как песочные и обычные часы. Наряду с этим надо упражнять детей в умении самостоятельно вычленять временную последовательность в протекании рассматриваемых явлений, действий.

#### *Освоение последовательности частей суток*

Сутки принято делить на четыре части: утро, день, вечер, ночь. Такое деление, с одной стороны, связано с объективными изменениями, происходящими в окружающей среде (в связи с различными положениями солнца, освещенностью земной поверхности, воздушного пространства, появлением и исчезновением луны, звезд), а с другой — со сменой видов деятельности людей, с чередованием труда и отдыха. Продолжительность каждой части суток бывает различной, поэтому их смена принята условно.

Среди разнообразных видов деятельности, которые ежедневно повторяются в режиме дня ребенка, есть постоянные, имеющие место только один раз в сутки, в определенное время: это приход в детский сад, утренняя гимнастика, обед, послеобеденный сон и т. д. Есть и вариативные виды деятельности, повторяющиеся несколько раз в течение дня, в разные части суток: игры, умывание, одевание и раздевание, прогулка и т. п. Они также могут быть использованы в качестве показателей частей суток.

С целью определения частей суток и их последовательности используются картинки с изображением постоянных видов деятельности, характерных для каждой части суток. Задается вопрос: «Когда это бывает?» Затем предлагается выбрать те картинки, на которых нарисовано, что бывает в какой-либо из периодов суток (утром, днем, вечером или ночью).

Чтение отрывков из рассказов, стихотворений, в которых описываются характерные для каждой части суток практические действия, игры-загадки («Когда это бывает?») ведут к накоплению опыта ориентировки во времени.

После того как дети научатся связывать части суток с той или иной деятельностью, их внимание следует сосредоточить на объективных показателях, символизирующих время (положение солнца, степень освещенности земли, цвет неба и др.).

В дальнейшем используется цветовой символ как условный знак.

В конце года, когда у детей уже имеются представления о частях суток, целесообразно помочь им понять значение слова *сутки*, исключая количественную характеристику этой меры (24 часа). Слово *сутки* должно выступить как обобщение: сутки состоят из четырех частей — день, вечер, ночь и утро. Необходимо помочь детям осознать, что день, вечер, ночь, утро — это части целого, суток; что отсчет последовательности частей суток можно проводить начиная с любой из них.

С детьми среднего дошкольного возраста можно беседовать о значении слов *сегодня*, *вчера*, *завтра*. Для этого надо об одном ярком и значимом для детей событии поговорить трижды: сначала о том, что кукольный спектакль будет завтра; потом — что кукольный спектакль покажут сегодня; и, наконец, что его показывали вчера. Это дает возможность ребенку «приблизиться» к пониманию текучести и непрерывности времени.

### *Знакомство с календарем*

Календарное время — это определенные промежутки времени, продолжительность которых зафиксирована общественным опытом в общепринятых мерах времени: сутках, неделях, месяцах, годах.

У детей старшего дошкольного возраста, как правило, довольно неточные, отрывочные представления о календарном времени. Заучивание названий и последовательности дней недели, месяцев не дает представлений о длительности, емкости времени, его текучести, необратимости, смене и периодичности.

Чтение детям рассказа В. И. Даля «Старик-годовик» и беседа по прочитанному помогут им установить зависимость между временными эталонами: год, месяц, неделя, сутки.

*Вышел старик-годовик. Стал он махать руками и пускать птиц. Каждая птица со своим особым именем. Махнул старик-годовик первый раз — и полетели первые три птицы. Повеял холод, мороз.*

*Махнул старик-годовик второй раз — и полетела вторая тройка. Снег стал таять, на полях показались цветы.*

*Махнул старик-годовик третий раз — полетела третья тройка. Стало жарко, душно, знойно. Мужики стали жать рожь.*

*Махнул старик-годовик четвертый раз — и полетели еще три птицы. Подул холодный ветер, посыпался частый дождь, залегли туманы.*

*А птицы были не простые. У каждой птицы — по четыре крыла. В каждом крыле — по семи перьев. Каждое перо тоже со своим именем. Одна половина пера белая, другая — черная. Махнет птица раз — станет светлым-светло, махнет другой — станет темным-темно.*

Целесообразно задать детям следующие вопросы.

- Что это за птицы вылетели из рукава старика-годовика?
- Какие это четыре крыла у каждой птицы?
- Какие семь перьев в каждом крыле?
- Почему у каждого пера одна половина белая, а другая — черная? С помощью отрывного календаря определяется время наступления праздников, что вызывает интерес у детей к прослеживанию событий во времени. Календарь помогает осознать последовательность времен года, с которыми связаны сезонные изменения, являющиеся также предметом изучения. В старшем дошкольном возрасте развивается интерес к разным параметрам времени: ребенка 5—6 лет интересуют длительность того или иного явления, количественная характеристика мер времени, приборы измерения времени. Знакомство с календарем необходимо в плане подготовки детей к школе, привыканию к твердому распорядку занятий по часам и по дням недели.

Освоение знаний о календарных эталонах предполагает умение измерять время с помощью общепринятых приборов.

У старших дошкольников уже есть необходимый запас количественных представлений о продолжительности суток, что способствует освоению ими представлений о числах месяца, днях недели, неделе; о месяцах, календарном годе. Для того чтобы эта сложная система взаимосвязанных единиц времени могла быть осознана детьми, ее надо представить в виде какой-либо модели календаря, отражающей в материальной форме отношения между единицами времени (примеры таких моделей представлены на илл. 5, 6 цв. вкладки).

Календарь поможет детям наглядно представить сравнительно длительный промежуток времени, месяц и даже год. В свое время Ф. Н. Блехер писала, что отрывной календарь дает наглядное представление о том, что «дни уходят», «события приближаются», прошел месяц — наступил новый. Ф. Н. Блехер предупреждала, что не может быть и речи о заучивании с детьми последовательности дней недели, месяцев, их названий. Вместо этого она рекомендовала использовать отрывной календарь как наиболее наглядный прибор измерения времени. Дети легко усваивают, что листок — это день; чтобы сорвать следующий листок, надо ждать целые сутки.

#### *Развитие чувства времени у детей старшего дошкольного возраста*

Развитое чувство времени (умение определять временные интервалы без часов) побуждает ребенка быть более организованным, собранным. Для этого прежде всего необходимо развивать у детей чувство времени; создавать специальные ситуации, заостряя внимание дошкольников на длительности различных жизненно важных временных интервалов; показывать, что можно успеть сделать за эти отрезки времени; приучать в процессе деятельности измерять, а потом и оценивать временные промежутки; рассчитывать свои действия и выполнять их в заранее установленное время.

Для успешного развития у детей чувства времени необходимо следующее.

1) Переживание времени — представление о длительности временных интервалов. Для этого необходимо организовывать разнообразную деятельность детей в пределах временных отрезков, что даст им возможность почувствовать протяженность времени и представить, что реально можно успеть сделать за тот или иной его отрезок. В дальнейшем это послужит основой формирования способности планировать свою деятельность во времени, т. е. выбирать объем работы соответственно времени, которое необходимо потратить для ее выполнения.

2) Развитие у детей умения оценивать временные интервалы без часов. Самоконтроль и контроль со стороны взрослых поможет им совершенствовать адекватность оценок.

У детей 5—6 лет можно развивать чувство времени на интервалах в 1, 3, 5 и 10 минут. Различение этих интервалов жизненно важно для детей: 1 минута — та первоначальная, доступная детям единица времени, из которой складываются 3, 5 и 10 минут. Эта мера времени наиболее распространена в речи окружающих.

В методику, разработанную Т. Д. Рихтерман, включены следующие моменты: ознакомление детей с временными интервалами в 1, 3, 5, 10 минут (при этом следует использовать секундомер, песочные часы для восприятия детьми длительности указанных интервалов); обеспечение переживания длительности этих интервалов в разных видах деятельности; обучение умению выполнять деятельность в указанный срок (1, 3, 5 минут), для чего следует оценивать длительность деятельности, регулировать темп ее выполнения.

Сначала необходимо упражнять детей в выполнении деятельности по песочным часам (дети делают что-либо за 1 минуту и контролируют время по одноминутным песочным часам); этим обеспечивается накопление опыта в использовании мерки. Воспитатель постоянно дает оценку умениям детей контролировать время по песочным часам, демонстрирует длительность минуты на секундомере, объяснив, что полный оборот стрелки всегда совершается за 1 минуту.

Затем дети упражняются в оценке длительности интервала времени в процессе деятельности. Воспитатель фиксирует внимание на точности оценки длительности.

И наконец, взрослый способствует освоению детьми умения предварительно планировать объем деятельности на указанный отрезок времени на основе имеющегося у ребенка представления о его длительности. Проверка намеченного плана по выполнению объема работы осуществляется с помощью песочных часов.

В дальнейшем дети начинают переносить умение оценивать длительность временных отрезков в повседневные игры, занятия.

Дети самостоятельно выбирают объем работы, соответствующий интервалу в 1 минуту, отвечая на вопрос «Что ты успеешь сделать за 1 минуту?»

Освоение дошкольниками трех- и пятиминутных интервалов проводится по той же методике.

Интервал в 5 минут дети должны воспринять как величину, производную от 1 минуты: пять раз будут перевернуты минутные песочные часы, пять раз обойдет круг стрелка на секундомере. Таким образом,

восприятие нового временного интервала произойдет на основе уже имеющихся у детей знаний о длительности 1-й и 3-х минут.

Ознакомление с 10-минутным интервалом можно проводить во время разных занятий, на которых детям предлагают выполнить то или иное задание в течение 10 минут.

Обучение детей умению определять время на часах и ознакомление их со строением часов желательно осуществлять с использованием моделей. Воспитатель совместно с детьми выясняют отличие часов от модели, уточняют назначение стрелок часов. Можно предложить детям большую стрелку поставить на цифру 12, а маленькую переводить с цифры на цифру и определять, что она показывает, т. е. ровно 8, 9 и т. д. часов. Затем дети узнают, что минутная стрелка, двигаясь по кругу, за 1 час проходит целый круг. А если круг разделить пополам (на макете часов можно закрыть половину циферблата цветным полукругом), получится две половины круга. Половину круга стрелка проходит за полчаса. Так дети осваивают строение часов, назначение большой и маленькой стрелки, способ показа какого-либо часа. Затем дети учатся показывать «полчаса», например половину второго часа, затем четверть (если необходимо, круг делится на 2, 4 части). Дети постоянно наблюдают за течением времени, пользуясь часами, а по мере осуществления какой-либо деятельности передвижением стрелок ставят такое же время на игрушечных часах (моделях).

В ходе педагогического процесса в детском саду есть возможность упражнять детей в умении осуществлять деятельность в рамках указанного времени, учить их самих определять продолжительность и заранее планировать возможный объем работы на тот или иной отрезок времени в пределах 5—20 минут. В таких условиях дети более организованно занимаются, меньше отвлекаются, регулируют темп своей деятельности и больше успевают.

#### *Развитие у детей умения понимать отношения временной последовательности*

Ребенку 5—6 лет важно уметь последовательно рассматривать то или иное явление, объект, картину, излагать свои мысли, выполнять операции в спортивной и любой продуктивной деятельности. Для этого надо уметь вычленять *временную последовательность* при выполнении содержания и уметь ее воспроизводить или устанавливать заново. Самостоятельное овладение этими умениями затруднено.

Следовательно, нужны специально разработанные и введенные в процесс обучения приемы, направленные на вычленение, восстановление и установление временной последовательности, которые дадут возможность овладеть необходимыми способами действий.

Содержание, на котором дети будут устанавливать временную последовательность, должно быть хорошо знакомо им; выделяемые в нем звенья — значимыми и несущими определенную информацию; эмоциональная насыщенность выделенных звеньев должна быть примерно равнозначной. Для этого необходимо создать модель последовательного ряда, где отдельные звенья с промежуточными элементами, обозначенные символами, расположены от начала до конца. Взрослый вместе с ребенком может создать ситуацию роста и развития растения, роста и взросления ребенка, развития насекомого, используя при этом модели, картинки и взаимосвязанные иллюстрации, а также литературные тексты.

Обучение детей старшего дошкольного возраста установлению временной последовательности осуществляется по следующему плану:

- в развитии объекта (события) вычленяется временная последовательность;
- временная последовательность воспроизводится на модели с помощью символов;
- последовательность воссоздается с запрограммированной ошибкой, которая исправляется детьми;

действия в заданной последовательности выполняются без модели Опыт обучения детей умению устанавливать временную последовательность показывает, что в таких условиях дошкольники чувствуют себя увереннее и самостоятельнее (Т.Д. Рихтерман).

#### *Резюме*

- \*<sup>о</sup> Непрерывность, сменяемость, длительность и последовательность событий во времени, темп и ритм, имеющие место в звучании музыки и танце, игре и чтении, интересуют и привлекают ребенка.
- ^ Планирование ребенком своей деятельности во времени способствует становлению у него таких положительных качеств, как организованность, собранность, целенаправленность и др.

#### *Литература*

1. *Х.Луэлин К.* Моя первая книжка «Время». — М.: Дорлинг Кин-дерсли, 1997.
2. *Непомнящая Р. Л.* Развитие представлений о времени у детей дошкольного возраста. - СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2005.
3. *Рихтерман Т.Д.* Формирование представлений о времени у детей в дошкольном возрасте. — М.: Просвещение, 1991.

4. Смоленцева А. А. Формирование временных представлений у дошкольников. Конспекты занятий // Дошкольная педагогика, 2004 г., №6; 2005 г., №5.

5. Теории и технологии развития математических представлений детей дошкольного возраста. Хрестоматия / Сост.: З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая, М. Н. Полякова.— М.: Центр педагогического образования, 2008.

#### *Вопросы и задания для самоконтроля*

- © Назовите особенности восприятия детьми времени, которые необходимо учитывать при разработке педагогических технологий.
- © Прокомментируйте результаты разговора психолога В. С. Мухиной с детьми (из дневниковых записей), определите их возраст.

*Мухина В. С. Ребята, что такое год Кирилл. Год — это когда человек живет, живет, живет, пока не состарится на один год.*

*Андрей. Это лето, зима, осень и весна вместе. Потом снова лето, зима, осень и весна — другой год. Потом лето, зима, осень и весна — еще один год. Так всегда.*

*Мухина В. С. Что такое время?*

*Кирилл. Это человек живет, живет, а время идет, идет. Андрей. Вот часы время показывают. Мухина В. С. А как вы понимаете слово «завтра»? Кирилл. Вот сейчас поиграем, потом будем кушать, потом поспим. Через ночь наступит завтра. Мухина В. С. А вчера?*

*Кирилл. Вчера — это значит сегодня. (Оба хохочут, но правильно не отвечают.)*

- © С какой целью в детском саду может быть организован музей часов (комната Гнома-часовщика)? Предложите другие пути обогащения предметно-развивающей среды, направленной на развитие представлений детей о времени.
- © Достаточно ли ребенку 5—6 лет жизненного опыта для понимания высказывания А. Кристи «Время — такая неопределенная штука. Одному кажется очень долгим. Другому — наоборот?»

### **3.8. Освоение количественных отношений, чисел и цифр детьми дошкольного возраста**

Историческому пути становления и развития методики освоения детьми множеств и чисел свойственно разнообразие подходов. Исходные положения, с учетом которых современными педагогами разрабатываются теории и технологии развития у детей числовых представлений, состоят в следующем.

Первая идея — *взгляд на число как на «образ»*. Согласно этой теории, первоначальное представление о числе у детей складывается на основе восприятия множеств (групп предметов) и названия их числом. Одновременно ребенок начинает соотносить цифру, как знак числа, с адекватным количеством. Это, как правило, числа и цифры: 1, 2, 3. Период восприятия множеств и названия количества элементов числом (без пересчета) исследователи относят к возрасту 2—4 года (В. А. Лай, К. Ф. Лебединцев, Д. Л. Волковский, Н. И. Чуприкова и др.). В психологии такое явление называется субитацией чисел (узнавание количества без счета).

Современным психологом Н. И. Чуприковой проводились эксперименты, в которых дети, не умеющие считать, наблюдали за тем, как это делает кукла, находили ошибки, допущенные ею. По мнению автора исследования, освоению счета предшествуют: стабильность, неизменность, устойчивость порядка числительных; соотнесение объекта только с одним числительным; определение общего количества последним произнесенным числительным; сосчитывание предметов в любом порядке.

Интерес детей 2—3-х лет к называнию количества числом был выявлен в исследовании В. В. Даниловой (1973).

Вторая идея, на которой базируется классическая теория, состоит в понимании числа как *результата счета*. Эта идея наиболее полно представлена в исследованиях А. М. Леушиной, Н. А. Менчинской и др. «Целостное» восприятие множеств (без сосчитывания) не признавалось данными исследователями и заменялось «аналитическим» — выполнением действий наложения и приложения в процессе сравнения.

Н. А. Менчинская (психолог), проследившая в 50—60-е гг. XX в. процесс развития понятия ребенка о числе, считала «ложным» вопрос о том, что является основой возникновения этого понятия: восприятие множества или счет. По ее мнению, обе точки зрения имеют место. Следует, советовала Н. А. Менчинская, исследовать и реализовывать практически соотношение восприятия множеств и счета на различных этапах овладения ребенком понятием числа.

А. М. Леушина на основе результатов экспериментального исследования (1956) разработала содержание дочислового периода обучения детей 3—4-х лет (сравнение множеств преимущественно путем наложения и

приложения, увеличение и уменьшение их) и периода развития у детей в возрасте от 4-х лет числовых представлений (освоение счета, сравнения групп предметов по числу, увеличения и уменьшения чисел, состава чисел). В таком подходе к развитию количественных и числовых представлений в методике обучения не допускалась возможность совмещения взглядов на развитие представлений о числе как «образе» и результате счета. Предлагалось формировать у детей представление о числе в процессе сосчитывания, отсчитывания заданного в образце или названном числе количества, воспроизведения чисел.

Реализацию идеи совмещения двух путей познания ребенком чисел еще в 1923 г. разрешил К. Ф. Лебединцев (в результате многолетних наблюдений за развитием числовых представлений у детей). Он утверждал, что на первоначальном этапе познания чисел ведущим выступает восприятие множества («образ числа»). Постоянно сталкиваясь с необходимостью различать две руки, ноги, ребенок овладевает «образом» этого числа и переносит его на другие множества. Так познаются числа: 1, 2, 3, 4. Далее, за пределами этих совокупностей, познание чисел осуществляется на основе счета, который постепенно вытесняет восприятие множеств. Ребенок учится использовать числовой ряд для счета, ориентироваться в последовательности чисел.

Освоение числового ряда, по мнению Н. И. Чуприковой, изучавшей ступени дифференцированного овладения последовательностью чисел, начинается очень рано, с отличия числительных от других слов. Дети 2-х лет в ответ на просьбу «Сосчитай, сколько будет», как правило, называют числительные, но вне какого-либо порядка. В дальнейшем они осваивают последовательность чисел; постепенно увеличивается стабильная часть последовательности; уменьшается количество таких ошибок, как нарушение порядка и пропуск чисел.

При счете дети допускают ошибки, затрудняются в установлении однозначного соответствия между предметами и числами. Дети на этой (первой) ступени освоения еще не владеют навыками счета.

В дальнейшем, овладевая счетом, дети осваивают связь между числами (смежными элементами). Однако связи эти только прямые, ребенок не может начать название чисел с любого числа, а только с самого начала последовательности (вторая ступень).

На третьей ступени освоения счета ребенок последовательно называет числа, начиная с любого числа; называет числа в обратном порядке; называет число, которое следует за заданным, и то, которое предшествует ему.

Исследователи выделяют еще одну более высокую ступень, на которой для ребенка предметом счета становятся сами числительные, элементы числового ряда. Теперь он может отсчитать определенное число элементов (например, начиная с 6, отсчитать 3), назвать числа (цифры), используемые при этом.

В 30-е, а затем и в 60—70-е гг. XX в. разрабатывалось положение об особой роли деятельности измерения в освоении чисел детьми дошкольного и младшего школьного возраста.

Согласно теории развития представлений о числе *на основе измерения*, мерка, применяемая при этом, используется для выделения единиц (Л. С. Георгиев, 1960). Мерка является единицей измерения, а полученное число — результатом. Согласно этой теории, представление о числе начинает складываться у ребенка с представления о мере.

Разработка методик развития у детей числовых представлений с позиций идей теории множеств началась в 50-е гг. XX в. В теории множеств Г. Кантора понятие числа (его количественное значение) базируется на равномошности нескольких совокупностей. Из этого следует подход к методике освоения числа как *общего неизменного признака ряда равномошных множеств*. Это ведет к осмыслению равночисленности групп предметов (*равны по количеству, столько же*). Используются равномошные множества: 4 игрушки, 4 книги, 4 ребенка. Все эти числа обозначаются цифрой 4, что подводит ребенка 4—5 лет к обобщению групп предметов по числу (всех по 4).

В методике обучения дети сначала осваивают действия с множествами и свойствами предметов: сравнивают, уравнивают по количеству, соотносят, а затем переходят к усвоению чисел.

Множества дошкольники создают или перечислением всех его элементов по одному разу (один, еще один...) или по характеризующему эти элементы общему свойству (все квадратные; все лежат на одной полке).

По мнению Г. Фройденталя, в основе освоения детьми чисел особое место занимает порядковое число, «проговаривание порядка». Натуральное число рассматривается при этом и как характеристика порядка элементов в множестве. По мнению автора этих мыслей, именно порядковое число ведет к количественному, чем и объясняется значение считалок в развитии у детей числовых представлений. Осваивая порядок номеров домов, телефонов, дети познают принципы нумерации.

Согласно теории Ж. Пиаже, освоение чисел происходит у ребенка в результате синтеза логических операций, таких как классификация и сериация. Число рассматривается как связанное не с конкретными предметными действиями, а с отвлеченными отношениями на уровне логических операций. К таким операциям относится, кроме классификации и сериации, принцип сохранения количества и величины.



Освоению чисел предшествуют и сопутствуют упражнения в определении отношений соответствия (один к одному), порядка следования (что за чем следует), тождества (такой же, как..., неизменности (или изменения)) и т.д.

### **Особенности познания количественных отношений, чисел и цифр в дошкольном возрасте.**

#### **Зависимость восприятия численности от пространственно-качественных особенностей множеств**

Развитие количественных и числовых представлений у детей вне обучения включает:

- овладение манипулятивными действиями с предметами (ранний и младший дошкольный возраст);
- составление групп предметов, уменьшение и увеличение количества предметов в группе (2—4 года);
- узнавание количества без счета (явление субитации чисел) (2—3 года);
- отнесение числа (слова-числительного) к количеству предметов (2—4 года);
- стремление считать предметы и обозначать их цифрой (2,5—3,5 года);
- увеличение и уменьшение количества предметов;
- овладение счетом (3—4 года);
- количественная оценка непрерывных величин (длины, объема жидкости) (3—5 лет);
- самобытность освоения вычислений.

Уже в раннем возрасте у детей накапливаются представления о совокупностях, состоящих из однородных и разнородных предметов. Они овладевают рядом практических действий (раскладывание в ряд, накладывание одного предмета на другой и др.), направленных на восприятие численности множества предметов.

Дети первого и второго года жизни осваивают способы действий с группами однородных предметов (шарики, пуговицы, кольца и др.). Они их перебирают, перекладывают, пересыпают, вновь собирают, раскладывают по горизонтали, в виде кривой линии; выполняют более сложные действия: группируют предметы разной численности по форме и цвету.

Первоначальное формирование представлений о множественности предметов (*много*) и единичности (*один*) происходит очень рано (на втором, третьем годах жизни). Показателем этого является различение детьми единственного и множественного числа.

На втором году жизни дети начинают понимать смысл слов *много*, *мало* при различии между группами в два предмета. Однако слова *много* и *мало* не имеют для них четкой количественной характеристики. Слово *много* ассоциируется у них и со словом *большой*, а слово *мало* — со словом *маленький*. Слово *много* относят как к совокупности предметов, так и к их размеру. Так, при восприятии и оценке совокупности, состоящей из больших и маленьких предметов (четыре маленькие машины и одна большая), слово *мало* они произносили, показывая на маленькие машины, а слово *много* относили к одной большой машине. Следовательно, количественные представления у детей еще не дифференцировались от пространственных (В. В. Данилова).

При относительно раннем практическом уровне умения различать совокупности с контрастной численностью элементов слово *мало* в активном словаре детей появляется позже, чем слово *много*.

Итак, количественная сторона в совокупности предметов не является еще особым признаком, значимым для детей второго года жизни (В. В. Данилова). В этом возрасте происходит восприятие множества предметов как неопределенной множественности, появляется способность различать по смыслу слова *один* и *много*, происходит активное овладение грамматическими формами единственного и множественного числа.

На третьем году жизни зарождается тенденция к умению различать разные по численности группы предметов. Слова *один*, *много*, *мало* дети соотносят с определенным количеством предметов, выполняют действия в ответ на просьбу взрослых: «Принеси один шарик», «Дай мне много картинок» и т. д.

К концу третьего года дети овладевают умением дифференцировать не только предметные совокупности, но и множества звуков.

У детей конца второго — начала третьего года жизни появляется стремление самим создавать совокупности предметов.

В этом возрасте наблюдается склонность «сравнивать» предметы наложением. Но движения детей еще не точны, к тому же они не видят отношений между сравниваемыми группами предметов, их интересует главным образом сам процесс дробления на отдельные предметы и их объединение.

Когда дети накладывают пуговицы на карточку с пятью нарисованными пуговицами, они обычно раскладывают все имеющиеся у них пуговицы. При этом они действуют двумя руками в определенном направлении; от середины — к краям, от краев — к середине, постепенно переходя к действиям одной рукой в удобном направлении. Иногда при выполнении аналогичных заданий дети ограничиваются фиксацией лишь крайних, наиболее легко и зримо воспринимаемых предметов. Так, ребенок кормит лишь первую и последнюю в ряду куклу, не обращая внимания на промежуточных между ними. Ребенку предлагают убрать

все кубики в коробку или отнести все ложки. Он же ограничивается лишь тем, что убирает несколько кубиков и относит несколько ложек.

К концу второго года жизни дети уже небезразличны к словам *сколько* и *посчитай*. Такие слова стимулируют у них подражательные взрослые действия счета. При этом малыши называют случайные числительные.

Дети третьего года жизни в разных условиях правильно понимают и соотносят слова *много*, *мало* в пределах пяти предметов.

На третьем году жизни количественная сторона множеств постепенно начинает абстрагироваться от предметного содержания. У детей появляется умение действовать по указанию, что свидетельствует об интеллектуальной активности. Так, приняв задание положить предметы одной совокупности на предметы другой, ребенок старается поставить столько игрушек, сколько кружков нарисовано на карточке. У детей появляется интерес к подобным действиям, что создает основу для понимания отношений *больше*, *меньше*, *равно*. Овладение детьми умением сочетать слова *больше*, *меньше* с названиями сравниваемых предметов («больше, чем кукол»), использование слова *лишние* свидетельствует о понимании сути отношений равенства, неравенства.

Постепенно дети начинают овладевать способом простейшего сравнения элементов двух множеств. Они *накладывают* (прикладывают) предметы одной совокупности на предметы другой, устанавливая между ними взаимнооднозначное соответствие, и видят равенство их по количеству. Однако они часто допускают ошибки, заполняя промежутки между изображениями. По данным В. В. Даниловой, наиболее доступными для различения и осмысливания отношения *больше* — *меньше* являются сочетания предметов в количестве: 1 и 3, 2 и 4, 5 и 2, 3 и 5.

Дети 3-х лет дифференцируют звуки (при двух и четырех ударах). В условиях игры они правильно отвечают на вопрос «Кто постучал много, кто — мало, кто — один раз?»

Итак, к трем годам, о чем свидетельствуют результаты исследования В. В. Даниловой, происходят значительные качественные изменения в восприятии и сравнении детьми множеств. Дети начинают выделять количество. Они проявляют способность различать множества предметов и множества звуков, самостоятельно создавать множества из предметов, усваивать смысл слов *много*, *мало*, *один*, относить их к соответствующим группам предметов, звуков, движений.

Обозначение количества предметов числом не всегда связано с попыткой считать. У детей 2—3-х лет чаще всего название количества предметов числом основано на их зрительном восприятии: 1 и еще 1 — это 2; 1, 1 и 1 — это 3. Слова, обозначающие количество, дети заимствуют из речи взрослых. Иногда взрослые ошибочно называют это явление счетом.

Современные дети обозначают небольшие совокупности предметов (1—3) числами; приносят по просьбе взрослого некое количество предметов; иногда соотносят количество с цифрой, которая является для них пока предметом, игрушкой, «рисунком числа» (О. К. Смолякова, Н. В. Смолякова).

Действия ребенка в этом возрасте зависят от его эмоционального состояния, обстановки. Он может называть количество предметов в одних ситуациях и совершенно не ориентироваться в количественных отношениях в других.

*Так, девочка двух с половиной лет сложила кубики в два ряда — один ряд получился длиннее другого. Она закричала: «Папа, где еще два кубика? Почему не хватает?» Отец переложил один кубик из одного ряда в другой. Посмотрела с интересом, но вернула его обратно: «Не хватает!»*

Тенденция к сосчитыванию появляется у детей довольно рано (в конце третьего — начале четвертого года), что свидетельствует о стремлении ребенка ответить на вопрос «Сколько всего?»

Предметные действия детей раннего возраста (1,5—2,5 года) являются пропедевтикой счетной деятельности. Активно действуя, дети разбрасывают предметы или, наоборот, собирают их. Как правило, все одинаковые действия сопровождаются повторением одного и того же слова: «вот.., вот.., вот...», или «еще.., еще.., еще...», или «на.., на.., на...»; или хаотическим названием чисел: «два, один, пять...» Иногда каждое повторяемое ребенком слово соотносится с одним предметом или с одним движением, между словом и предметом устанавливается соответствие. Слово помогает выделить элемент из множества однородных предметов, движений, более четко отделить один предмет от другого, способствует ритмизации действий. Дети легко усваивают простые считалки, отдельные слова-числительные и используют их в процессе движений, игр.

В раннем возрасте (2—3 года) дети от хаотического познания числительных переходят к усвоению последовательности чисел в ограниченном отрезке натурального ряда. Как правило, это числа 1, 2, 3.

Дальнейшее упорядочение чисел происходит следующим образом: увеличивается отрезок запоминаемой последовательности числительных, дети начинают осознавать, что каждое из слов-числительных всегда занимает свое определенное место, хотя они еще не могут объяснить, почему три всегда

следует за двумя, а шесть — за пятью. При этом возникают рече-слухо-двигательные связи между называемыми числительными.

В усвоенной цепочке слов (*раз, два, три* и т. д.) для ребенка невозможна замена слова *раз* словом *один*: образовавшиеся связи разрушаются, и ребенок молчит, не зная, что должно следовать за словом *один* (в некоторых же случаях в угоду старшим ребенок (2,5—3 года) называет слово *один* как предшествующее всей выученной им цепочке).

Встречаются и такие случаи, когда ребенок первые два-три слова-числительные воспринимает как одно слово. Называя их, он делает ударение на первом слоге: «раздвaтри» или «раздвa». В таких случаях он относит этот комплекс слов к одному движению или предмету.

Таким образом, в раннем возрасте под влиянием активных действий с предметными совокупностями у детей складывается рече-слухо-двигательный образ натурального ряда чисел. У них появляется интерес к сравнению предметов по их размеру и численности. Подобное поведение характеризует в основном детей начала третьего года жизни и может рассматриваться как качественно новый этап в развитии счетной деятельности.

Вслед за рече-слухо-двигательным образом ряда чисел у детей 3—4-летнего возраста успешно формируется слуховой образ натурального ряда чисел. Он, как правило, «пространственный». Слова-числительные выстраиваются в ряд и называются по порядку, но происходит это постепенно. Вначале упорядочивается лишь некоторое множество числительных, после него числительные называются хотя и с промежутками, но всегда в возрастающем порядке: 1,2,3,4,5,6,8,10,12,15,16 ит. д. Усвоив числительные первого десятка, дети легко переходят ко второму десятку, а дальше считают так: «Двадцать десять, двадцать одиннадцать» и т. д. Но стоит ребенка поправить и назвать после двадцати девяти число тридцать, как стереотип восстанавливается и ребенок продолжает: «Тридцать один, тридцать два,..., тридцать девять, тридцать десять» и т. д. Некоторые дети начинают при этом понимать, что после двадцати девяти, тридцати девяти, сорока девяти имеются особые слова, названия которых они еще не знают. В таких случаях дети делают паузу, ожидая помощи взрослого.

Счет в этот период очень однообразен. Дети называют слова-числительные: *раз* (в значении один), *два, три, другой* (второй), *третий* и др., показывая при этом на предметы. На вопрос «Сколько?» они вновь начинают пересчитывать. Это свойственно всем детям на начальном этапе овладения счетной деятельностью. Они осваивают процесс счета (название чисел, отнесение их к предметам), но последнее названное при этом слово-числительное не соотносят со всем множеством. Такой счет является «безытоговым» (Н. А. Менчинская).

В возрасте 3—4-х (а иногда и 5) лет дети, освоившие счет, не могут ответить на вопрос «Какое из чисел идет до числа 4, а какое — после?» Они начинают или восстанавливать (на пальцах) ряд чисел, или слова *до* и *после* заменяют словами *впереди, сзади* и, называя следующее число, рассматривают его как впереди стоящее. Многие дети, называя следующее число, не могут назвать предыдущее. В ответ на просьбу найти число, большее на единицу, они мысленно или вслух начинают называть слова-числительные всего ряда, начиная с *раз*. Дети понимают, что каждое следующее число больше предыдущего, однако точного представления о предыдущем и следующем числе у них еще нет, что лишает их возможности сразу назвать число, большее или меньшее указанного на единицу.

Увеличение и уменьшение множеств, а затем и чисел ребенок 4—5 лет осуществляет практически, добавляя 1 или 2 предмета или убирая их. При этом он проговаривает свои действия, результат. Речь активизируется в условиях игровой ситуации. Но, сравнивая численности множеств (игрушек больше, чем стульев), дети, как правило, определяют большее из них по дальности его от начала сосчитывания или как находящееся впереди (сзади) какого-либо числа. Это свидетельствует о недостаточном освоении детьми способа получения каждого из чисел (в пределе 5, 10) путем увеличения или уменьшения другого числа на единицу.

Интерес к количественной оценке объема жидкости, массы, сыпучих веществ, длины, ширины, высоты предметов появляется у детей в процессе накопления опыта познания свойств и отношений между предметами, простейших процедур экспериментирования, упражнений в счете. В 4—5 лет они стремятся самостоятельно «измерить», например, объем подкрашенной жидкости путем переливания ее в другую емкость или разливая ее в несколько емкостей (разных или одинаковых по размеру). Естественно, что в спонтанной деятельности детей больше всего интересуют процессы пересыпания, переливания, но не остаются незамеченными ими и некоторые взаимосвязи и закономерности.

Умения вычислять дети осваивают самобытно. При необходимости увеличить число (количество предметов), а затем и уменьшить его пользуются пересчитыванием. К числу три число два дети прибавляют так: 1, 2, 3 (короткая пауза), 4, 5. Они удерживают в памяти число (первое слагаемое) и к нему присчитывают два. Дети пользуются предметами, перекалывают их, добавляют, отодвигают, пытаясь при

этом устанавливать числовые отношения. Особенно детям интересны при этом мелкие камешки, желуди, орехи.

### *Зависимость восприятия численности от пространственно-качественных особенностей множеств*

На восприятие детьми численности оказывают влияние различные **качественные и пространственные свойства предметов**: способ расположения предметов в пространстве, размер занимаемой ими площади, длина и плотность ряда предметов, размер, цвет, форма, назначение. Это свойственно в основном детям младшего дошкольного возраста (2—4 года) и объясняется недифференцированностью восприятия, недостаточно развитой способностью абстрагироваться от несущественного при восприятии и оценивать количество по заданному признаку. При восприятии и воспроизведении у детей множеств доминируют наиболее яркие признаки (цвет, расположение). Опознавательным признаком на данном уровне является не количество, а однородность по цвету, форме, пространственному расположению.

В зарубежной и советской психологии эта особенность восприятия детьми количества нашла отражение в работах Ж. Пиаже, Л. Ф. Обухова.

Л. Ф. Обухова выявила последовательность освоения детьми принципа сохранения количества. От отсутствия понимания сохранения, когда видимое выдается за действительное, дети переходят к пониманию сохранения на небольших количествах и к полному признанию сохранения количества (инвариантности), неизменности количества при различных его видоизменениях.

Для понимания независимости количества предметов от их несущественных свойств необходимо осмысление детьми противоречий между внешними признаками предметов, познаваемыми визуально, и числовыми, познаваемыми на основе счета. По мнению Ж. Пиаже, это выражается в усвоении идеи числа следующим образом: число объектов в группе «сохраняется» независимо от того, как их растасовать или расположить (Пиаже Ж. Как дети образуют математические понятия // Вопросы психологии, 1966, №4).

В работах психологов и математиков-методистов выявлена также зависимость воспроизведения детьми количества от способа расположения предметов в пространстве: линейного и в виде числовой фигуры (числовая фигура — карточка, на которой определенное количество точек расположено удобным для восприятия способом).

Расположение предметов в виде числовой фигуры в большей мере, нежели линейное, способствует восприятию множества как целостного единства, но затрудняет восприятие отдельных элементов.

Наблюдения за детьми позволяют сделать вывод о том, что множество, изображенное в виде числовой фигуры, действительно воспринимается как единое замкнутое целое, но точное количество его элементов не воспроизводится. Однако в этот же период численность линейно расположенного множества начинает воспроизводиться адекватно. Из этого следует, что чем младше дети, тем большее значение для восприятия количества приобретает линейное расположение предметов. Пользуясь приемом наложения пуговиц на рисунки, дети уже в возрасте трех лет точно воспроизводят количество предметов, если они расположены в ряд.

### *Резюме*

**И\*** Ребенок дошкольного возраста активно осваивает числа в ситуациях непосредственного использования результатов счета, сравнения в значимых для него видах деятельности: игре, выполнении аппликаций, играх-экспериментированиях с водой и песком.

Познание количественных и числовых отношений — длительный процесс. Постепенное осознание числа как показателя количества состоит в «узнавании» количества без счета; отнесении числа к количеству на основе сосчитывания, использовании ряда чисел на основе выделения отношений между ними. Многое из этого осваивается ребенком путем подражания действиям и речи взрослого, старшего ребенка в семье. Из краткой характеристики основных теоретических положений, на которых базируется конструирование технологий, способствующих освоению детьми дошкольного возраста чисел и цифр, следует необходимость осознания педагогом выбора и применения наиболее эффективных и значимых в конкретных педагогических условиях методик и технологий.

®" Исторически сложившееся в методике первоначального обучения арифметике расхождение во взглядах на вопрос «С чего начинать?»

отражено в изложенных концепциях. Ответом может быть: с познания свойств предметов, с действий с множествами, с числа, с измерения и т. д.

**W°** Предложенная в данном учебном пособии методика развития у детей количественных и числовых представлений основывается на синтезе идей и взглядов разных исследований.

## Литература

1. Брушлинский А. В. Некоторые вопросы детского мышления в условиях освоения счета / Теория и технология математического развития детей дошкольного возраста. Сост.: З.А.Михайлова, Р. Л. Непомнящая, М. Н. Полякова.— М.: Центр педагогического образования, 2008.
2. Гальперин П. Я., Георгиев Л. С. Формирование начальных математических понятий. Там же.
3. Данилова В. В. Особенности понимания количественных отношений совокупности детьми 2—3-х лет. Там же.
4. Лебединцев К. Ф. Современные педагогические исследования в области вопросов, связанных с методикой начальной математики. Там же.
5. Леушина А. М. Развитие представлений о множестве в раннем детстве. Там же.
6. Менчинская Н. А. Пути формирования первоначального понятия о числе у детей до школы. Там же.
7. Смолякова О. К., Смолякова Н. В. Математика для дошкольников: В помощь родителям при подготовке детей 3—6 лет к школе.— М.: Издат-школа, 1992.
8. Чуприкова Н. И. Начальные этапы развития счета / Теория и технология математического развития детей дошкольного возраста. Сост.: З.А. Михайлова, Р.Л. Непомнящая, М.Н.Полякова. — М.: Центр педагогического образования, 2008.

## Вопросы и задания для самоконтроля

- © Почему Г. С. Костюк назвал «компромиссным» подход К. Ф. Лебединцева к развитию у детей числовых представлений?
- © Выскажите свое отношение к мысли Т. Леви о том, что ребенок различает количество привычных предметов задолго до того, как научится говорить.
- © Ответьте на вопрос ребенка пяти лет: «Число 7 бежит впереди шестерки? Да?»
- © Скорректируйте высказывание мамы: «Мой Саша (6 лет) уже считает до 50. Я так рада!»
- © Какие основные особенности ребенка-дошкольника надо учитывать в процессе освоения им чисел, цифр, количественных отношений? (По результатам исследований Н. И. Непомнящей, П. Я. Гальперина, А. М. Леушиной.)
- © Возможно ли использование методического приема «Математика за окном»? Если да, раскройте методику использования в детском саду и семье.

## Содержание развития у детей количественных и числовых представлений

Представление о числах, их последовательности (порядке следования: 1, 2, 3...), отношениях (=, *И* больше, меньше на 1, на 2), месте в натуральном ряду развивается у детей под влиянием действий с совокупностями объектов; счета; сравнения множеств и чисел; измерения протяженностей по длине, высоте, ширине и обозначения результата числом (цифрой); практического увеличения и уменьшения чисел на 1, 2; решения простейших арифметических задач (на эмпирическом уровне).

Далее представлено содержание развития количественных и числовых представлений у детей третьего и четвертого годов жизни.

- Разнообразные манипулятивные действия с множествами предметов, ориентировка в их цвете, размере, форме, количестве (*один, много, много — мало*) в совместных со взрослым действиях в специально организованной предметно-игровой среде.
- Представления о единичности, умение отделять один предмет от другого, приговаривая: «Один, еще один, еще один» и т. д.
- Представления об относительности слов *мало — много* (прослеживание за изменением ситуации: много яблок, мало слив, затем — много груш, а слив по-прежнему мало).
- Поэлементное сравнение предметов по количеству (наложением, приложением); установление соответствия. Осуществление сравнения предметов на дочисловом уровне (столько же, больше чем) и по числу (там, где 3 — больше, где 2 — меньше). Выделение лишнего предмета и уравнивание по количеству; указание на множество, в котором, не хватает предмета.
- Перечисление однородных и разнородных по составу множеств: один, еще один, еще один и т. д.; называние характеристических свойств элементов множества: цвет, размер, форма.
- Восприятие «чисел», называние количества (1, 2, 3). Выбор соответствующих цифр.
- Пересчет предметов при поддержке взрослого (до 3—4-х лет).
- Независимость численности множества предметов (в пределах 5 элементов) от способа расположения предметов в пространстве (на расстоянии, рядом, в виде круга, ряда и т. д.).
- Воспроизведение множеств предметов, звуков, движений (заданных в образце в количестве от 1 до 5).

В процессе разнообразных практических действий с совокупностями дети усваивают и используют в своей речи простые слова и выражения: *много, один, по одному, ни одного, совсем нет* (ничего нет), *мало,*

*такой же, одинаковый* (по цвету, форме), *столько же, поровну; столько, сколько; больше, чем; меньше, чем; каждый из; все, всех.*

По просьбе взрослого объясняют и интерпретируют: «Возьму еще один и положу», «Стало», «Становится меньше», «Каждому зайцу дали по морковке», «Всех кукол угостили конфетами», «Этот круг лишний, он мне не нужен», «Квадратов не хватило, значит, их меньше», «Постучал столько же раз» и т. д.

Объяснение своих действий требует от детей использования в речи не только простых, но и более сложных предложений с союзами *а, и*, отрицанием *не*, частицей *чем*: «В шкафу много игрушек, и на полу много», «Большие и маленькие шары положили в коробку», «Красные шары положили в красную коробку, а синие — в синюю», «Здесь красные флажки, а этот — не красный», «Мишек меньше, чем кукол».

На *пятом году жизни* у детей систематизируются представления о счете как способе обозначения количества числом. Уточняется цель (ответить на вопрос «Сколько всего?»), средство достижения (процесс сосчитывания), назначение результата (получить число, назвать его и обозначить цифрой).

Дети осваивают следующее.

- Сравнение множеств (поэлементно, на основе зрительного восприятия, проведения линий от одного предмета к другому и т. д.) с определением количественных отношений числом; с выделением различия на 1 элемент, увеличения или уменьшения одного из сравниваемых множеств, что помогает ребенку понять способ образования как большего, так и меньшего числа.
- Умения отсчитывать количество предметов названных, показанных счетной карточкой, цифрой; воспроизводить заданное количество; выполнять просьбы взрослого: «возьми и передай Гале 4 флажка»; «отдай 2 карандаша из пяти имеющихся».
- Согласование числительных с существительными в роде, числе, падеже: одна утка; один мяч; одно окно. В отдельных случаях ребенок может пользоваться словом *предмет*; начальным при счете является числительное *один*; общее количество называется как «четыре предмета посуды».
- Подсчет звуков (на слух), предметов, спрятанных в «чудесном мешочке» (по осязанию), движений другого человека (на основе зрительного восприятия), собственных движений (на основе тактильных ощущений). • Освоение порядка следования чисел и использование порядковых числительных в практической деятельности: при определении номера дома; места животного, направляющегося к водопою в общей «цепочке». Ответы на вопросы «Который?», «Какой по порядку?»

В процессе практических действий с множествами предметов, счета и сравнения дети овладевают словами и выражениями: число (*здесь столько же, тоже три, первый, пятый, последний*), пара (*разложил в ряд, подложил один предмет под другой, составил пары, добавил один предмет, убрал один предмет, стало меньше, сосчитал, отсчитал столько, сколько нарисовано*) и др. При этом они упражняются в построении простых и сложных предложений со связками (*и, а, если, то*), объяснении своих действий, умении задавать простые вопросы со словом *сколько* о количестве предметов в комнате, на картине.

Дети учатся выражать в речи не только результат своих действий, т. е. отвечать на вопрос «Что ты сделал?», но и способ выполнения действия. Сначала по вопросам педагога, а затем самостоятельно они объясняют ход своих действий. Дети начинают адекватно понимать выражения, употребляемые педагогом: «Сравни по количеству», «Какое из чисел больше?», «Если звуков столько же, сколько предметов, то сколько их?», «Равны по количеству», «Не равны по числу».

В *пять лет* ребенок владеет счетом до 8—10; число воспринимается им как итог счета, показатель определенного количества предметов, опознавательный и различительный признак нескольких множеств. Поясним. Число 5 и соответствующая цифра показывают на то, что кошек, игрушек, столов по 5. Их количество одинаково. Количество элементов первого, второго, третьего множества выражено одним и тем же числом. Для ребенка пяти лет число является результатом измерения, деления целого на неравные и равные части.

На *шестом году жизни* дети осваивают следующее. • Осознание независимости количества предметов от занимаемой

ими площади. Предметы одной совокупности раскладываются по горизонтали на близком расстоянии друг от друга, второй — на более далеком расстоянии. Выделяется общий признак предметов, входящих в каждое из множеств. Затем дети по заданию педагога находят отличительные признаки. Это могут быть цвет, форма, размер и т. д. Особо подчеркиваются различия в расстоянии между предметами, а отсюда и в занимаемой каждой совокупностью площади, т. е. в плотности и длине ряда. Количество несущественных признаков в подобных упражнениях нарастает. Первые упражнения следует проводить с использованием однородного материала, при этом подчеркивается, что различие между множествами лишь одно — занимаемая площадь. После противопоставления (предметы расположены близко один к другому, поэтому они занимают мало места, и наоборот) педагог предлагает детям найти способ определения равенства или неравенства количества элементов в множествах: «Как вы считаете, поровну предметов или нет? Как это доказать? В чем вы убедились?»

- Умение разбивать совокупности из 4, 6, 8, 10 предметов на группы по 2, 3, 4, 5 предметов, определять количество групп и отдельных предметов.
- Освоение состава числа из единиц на конкретных предметах и в процессе измерения, что уточняет и конкретизирует представление о числе, единице, месте числа в натуральном ряду чисел.
- Различение количественного и порядкового значения числа, применение количественного и порядкового счета в практической деятельности.
- Деление целого (предмет, геометрическая фигура) на 2, 3, 4 равные части, установление зависимостей между частью и целым, частями целого.
- Освоение умения пользоваться в речи понятиями (словами), отражающими количественные отношения: *поровну, столько же, одинаково по количеству, такое же число, не поровну, число, цифра, наложение, приложение, составление пар, часть, целое, половина, четверть* и др.
- Использование в речи простых и сложных предложений, кратких и точных выражений; объяснение полученного результата; ответы на вопросы «Что ты сделал?», «Что ты узнал?», «Как достичь результата?» Усиливается внимание к осмыслению вопросов со словами *столько, который*, адресованных сверстникам, воспитателю.
- Понимание смысла слов, которые использует воспитатель: *количество, сравни по количеству, отсчитай, по сколько, признак* и т. д.
- Сравнение множеств, отличающихся на 2, 3, с целью познания отношений: на сколько больше (меньше).
- Умение сосчитать небольшие совокупности (3—5 предметов) быстро, на основе только зрительного восприятия, запоминать числа.
- Умения составлять объемные и плоские «числовые лесенки» (модели и схемы) из однородных и разнородных картинок, объектов.
- Освоение измерения условными мерками, определение результата. Ответы на вопросы «Скольким меркам равна длина скакалки?», «Где больше воды: в бутылке или банке?», «Как ты это узнал?», «Что нужно сделать, чтобы проверить, не ошибся ли ты?» Эти упражнения способствуют познанию числа как отношения измеряемой величины к мере измерения.
- Освоение состава чисел из двух меньших чисел. Запоминание результатов в процессе практических упражнений и использование их в процессе решения арифметических задач (исключая освоение понятий: условие, решение).

### **Современные технологии развития числовых представлений в дошкольном возрасте**

Выбор технологий развития количественных и числовых представлений зависит от выделения ведущего в этом процессе действия (способа познания), определяющего успешность. Такой детской деятельностью является сосчитывание (счет) как основа развития у детей представлений о числе.

При выборе и разработке эффективных приемов развития у детей дошкольного возраста числовых представлений учитывается следующее.

- Степень освоенности детьми 3—4-х лет свойств предметов (цвета, формы, размера); умения осуществлять группировку и упорядочение, сравнивать предметы по разным признакам, в том числе и по количеству. Эти умения обеспечивают успех в овладении счетом и переход к обобщению групп предметов по числу. В ходе упражнений по овладению счетом у детей формируется представление о числе как общем признаке как разнородных по своему составу (кукла, мишка, куб, книга), так и однородных множеств (только квадраты).
- Признание положения, согласно которому счет для ребенка дошкольного возраста является *жизненной потребностью*; овладение процессом счета осуществляется наиболее успешно при условии постоянной стимуляции практических действий, восприятия и мышления (Сколько? Чего меньше? Как увеличить? Если добавить 2, то...) при одновременном практиковании в применении чисел и цифр.
- Необходимость индивидуализации процесса развития количественных представлений. Из этого следует тенденция к конструированию технологии относительно ребенка (нужно избегать ограничений возможности познания ребенком чисел в каком-либо пределе; выравнивания уровня познания чисел разными детьми).
- Положение о том, что ребенку дошкольного возраста доступна лишь *степень наглядного оперирования числами*. Имеют место разные подходы к определению счета: как процесс установления соответствия между элементами множества и числами натурального ряда; как выявление общего, неизменного, что характеризует несколько равночисленных множеств и др.
- При упражнении детей в счете и вычислениях следует учитывать взаимосвязь этих деятельности: действие увеличения (сложения) рассматривается как «счет вперед», а действие уменьшения (вычитания) — как «счет назад» (Г. Фройденталь). При вычислениях, как правило, используются только однородные предметы: палочки, квадраты и т. д. Если нужно из 7 вычесть 3 (число 7 уменьшить

на 3), то при наличии семи предметов можно, пользуясь умением называть числа в обратном порядке, отсчитать 3: 7, 6, 5. Затем оставшиеся предметы пересчитать или сразу назвать оставшееся количество: 4.

Педагогические технологии, используемые в процессе развития у детей количественных представлений и определяемые как *проблемно-игровые*, разнообразны. Это проблемные ситуации и задачи, математические игры и упражнения, литературные тексты, учебно-познавательные книги и рабочие тетради, творческие задачи и экспериментирование, моделирование и схематизация и др. Такие средства стимулируют естественную активность познания ребенком чисел и цифр, развивают познавательный интерес, воспитывают эмоционально-ценностное отношение к познанию, прививают культуру познания. Технологии используются, как правило, интегрированные, представленные сенсорными способами познания (обследование, выделение отдельных частей, счет, соотнесение один к одному), практическими (сравнение, уравнивание, комплектование); игровыми (приемы «расселения» жильцов, совмещения карточек, размещения игрушек, составления ковриков и отправления поездов); речевыми (комментирование действий, результатов, использование терминологии); схематизацией (цифры, знаки, модели числового ряда).

Выбор технологии зависит от уровня освоения ребенком количественных отношений. Овладение счетом основано на представлениях о свойствах и отношениях равенства и неравенства (*больше — меньше, столько же, поровну, одинаково*). Следует учитывать, что счет — сложный вид деятельности для ребенка, поэтому определять возрастные сроки овладения счетом в пределе 5, 10 не следует. Нужно знать интересы ребенка, возможности, стремление его к овладению счетом, осознание необходимости пользоваться числами в детских видах деятельности. Умение считать до пяти вполне достаточно для ребенка 4—5 лет.

Выбрав технологию, взрослый начинает следующую работу с ребенком.

- Оказывает помощь в определении количества игрушек, ступенек, не требуя от него особых правил, порядка пересчета, названия предметов. Считает с ним вместе, подключается к процессу в случае ошибки, помогает сказать, сколько всего предметов.
- Предлагает ребенку считать при условии установления поэлементного соответствия двух множеств, периодически увеличивая (уменьшая) каждое из них на 1 элемент.
- Составляет вместе с ребенком лесенки из цветных счетных палочек Кюизенера (плоских, объемных), считает ступеньки, поднимаясь и спускаясь по ним (называя при этом числа в прямом и обратном порядке).
- Помогает запоминать последовательность чисел, используя для этого потешки, сказки; соотнести число и цифру.
- Включается в моделирование отношений *больше — меньше на 1*. Пример задания: «Если к мишкам прибавить еще одного, их будет... (больше на..., 5 и т. д.). Принеси столько кубиков».
- Организует игровые упражнения, помогающие ребенку понять независимость количества элементов от их расположения, комплектования, размеров и расстояния между ними.
- Наблюдает за ребенком с целью выявления особенностей использования им чисел в повседневной жизни. Проблемно-игровые технологии, цель которых — развитие

числовых представлений детей, используются только во взаимосвязи и в контексте других видов детской деятельности: природоведческой, художественной, трудовой, театрализованной и др., что обеспечивает интеграцию и жизненность представлений детей.

Среди учебных пособий, игровых материалов, игр наиболее уместны во всех возрастных группах цветные счетные палочки Кюизенера (для детей 2—3 лет используется учебно-методическое пособие «Разноцветные полоски». Сост.: Л. М. Кларина, З. А. Михайлова, И. Н. Чеплашкина. — СПб., 2001); блоки Дьенеша; на-стольно-печатные дидактические игры; головоломки; логико-математические задачи (игры); счеты (вертикальные и горизонтальные); кубики с цифрами и знаками. Эти учебные пособия и материалы наиболее эффективны при освоении дифференцировки количественных групп, группировке объектов по свойствам с выделением количественных отношений, порядковом и количественном счете, абстрагировании числа, соотнесении цифры, числа и количества, воспроизведении по числу, сравнению, измерению, увеличению и уменьшению на числах.

Преимущество в развитии числовых представлений детей дошкольного возраста принадлежит игре: индивидуальной, совместной (ребенок — взрослый, ребенок — ребенок), специально организованной (занятия). Оправдано при этом использование жизненных материалов: листьев, камешков, гальки, предметов быта, монет. Играя, дети обнаруживают, что одновременно можно взять в руку то большее количество камешков, то меньшее, задумываются над таинственностью явления, положенного в основу народных игр с камешками.

*Палочки Кюизенера и логические блоки Дьенеша как полифункциональные дидактические средства*



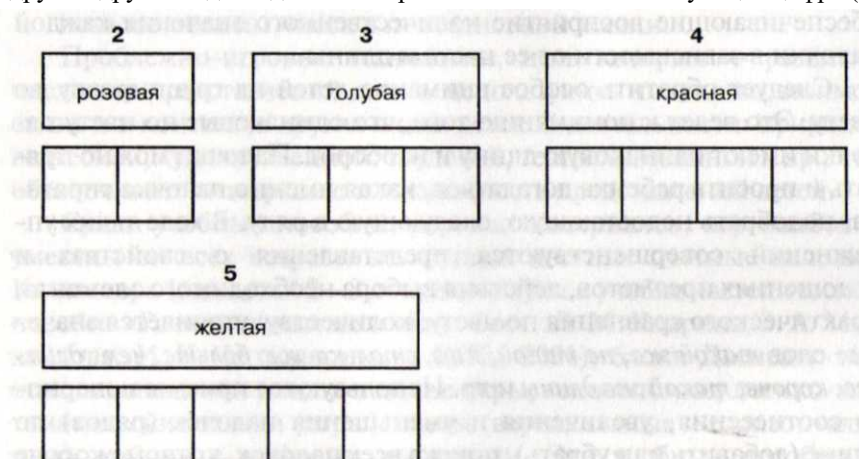
На начальном этапе освоения детьми 3—4-х лет цветных счетных палочек важно создать условия для свободной группировки их, сравнения по длине (высоте), сооружения из них построек. При обучении детей 2—4-х лет уместно использовать «Разноцветные полоски» (см. илл. 7 цв. вкладки), деленные на единицы и обеспечивающие восприятие количественного значения каждой палочки в зависимости от ее цвета и длины.

Следует обратить особое внимание детей на группировку по цвету. Это ведет к пониманию того, что одинаковые по цвету палочки имеют одинаковую длину и наоборот. Палочки можно прятать и просить ребенка догадаться, какая именно палочка спрятана, подобрать недостающую, следующую в ряду. В ходе таких упражнений совершенствуются представления о свойствах и отношениях предметов, действия выбора необходимого элемента, практического сравнения по цвету, количеству; уточняется значение слов *такой же, не такой, как, столько же; больше, чем; длиннее, короче; такой же длины* и др. Используются приемы попарного соотнесения, увеличения и уменьшения палочек (рядов) по длине (добавить или убрать), поиска всех палочек, которые короче (длиннее), например, красной и т. д.

Цветные счетные палочки (см. илл. 8 цв. вкладки) используются с целью познания ребенком чисел и цифр, действий сложения и вычитания на основе состава чисел из двух меньших, измерения и т. д. В обучении детей от 4-х лет используются типовые приемы, такие как составление лесенок, отправление поездов (составление вагонов, укладывание груза), составление ковриков разнообразными способами. Считается общепризнанным, что использование цветных счетных палочек Кюизенера дает возможность избежать ограниченности представлений ребенка о единице как об отдельном предмете. Так, при практическом освоении состава числа 5 из двух меньших чисел ребенок познает, что это может быть 1 и 4, 2 и 3. В этом случае, например, 3 выступает в качестве одного предмета (голубой палочки), но по значению соответствует трем единицам. Накладывая белые кубики (каждый из них — число 1) на голубую палочку, ребенок практически убеждается в этом.

#### **Примеры использования палочек с целью освоения сравнения по количеству и числу, счета**

Палочки, обозначающие числа 2, 3, 4, 5, раскладываются на столе в ряд, но на некотором расстоянии друг от друга. Над каждой из них располагается соответствующая цифра (илл. 38).



Илл. 38

Под каждой из палочек ребенок раскладывает такое же количество мелких предметов. Уточняется значение слов *столько же, тоже два*, назначение цифр, обозначающих как числовые значения палочек, так и количество отдельных предметов.

Каждая из палочек сопоставляется с соответствующим количеством белых кубиков (единиц). Уточняется количественное значение каждой из палочек (числа), ее состав из единиц. Дети упражняются в сосчитывании, соотнесении числа и цифры.

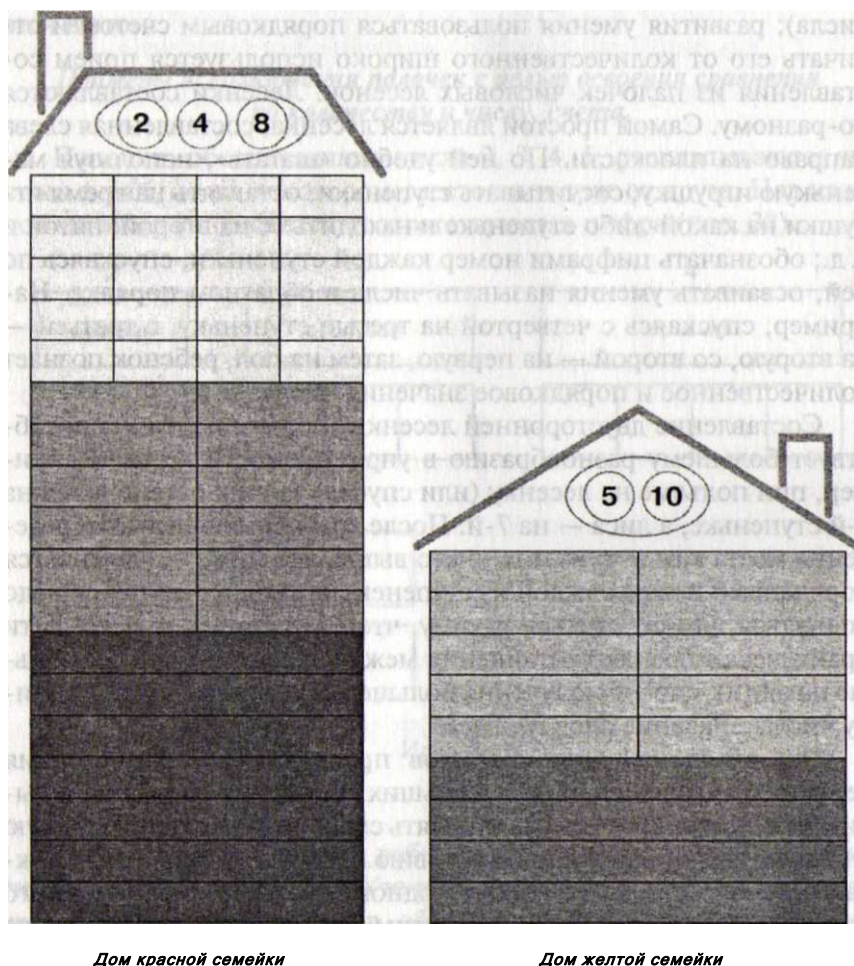
С целью познания детьми последовательности чисел натурального ряда (порядка следования — прямого и обратного), места каждого числа в этом ряду путем выделения отношений (какое из сравниваемых больше на единицу или меньше какого числа); развития умения пользоваться порядковым счетом и отличать его от количественного широко используется прием составления из палочек числовых лесенок. Лесенки составляются по-разному. Самой простой является лесенка, составленная слева направо на плоскости. По ней удобно «шагать», используя маленькую игрушку, сосчитывать ступеньки, оставлять на время игрушки на какой-либо ступеньке и находить ее на второй, пятой и т.д.; обозначать цифрами номер каждой ступеньки, спускаясь по ней, осваивать умения называть числа в обратном порядке. Например,

спускаясь с четвертой на третью ступеньку, с третьей — на вторую, со второй — на первую, затем на пол, ребенок познает количественное и порядковое значения числа.

Составление двусторонней лесенки (подъем и спуск) способствует большему разнообразию в упражняемое™ детей. Например, при подъеме на лесенку (или спуске) зайчик остановился на 6-й ступеньке, а лиса — на 7-й. После сравнения с целью определения места каждого из них — кто выше, кто ниже — выясняется порядковый номер каждой из ступенек, на сколько ступенек надо подняться или спуститься и кому, чтобы оказаться вместе. Дети практически познают отношения между числами (больше, меньше на один), способ получения большего или меньшего на единицу числа, значение слов *до*, *после*.

Прием составления ковриков предназначен для освоения детьми состава чисел из двух меньших и действий сложения и вычитания. Коврики можно составлять свободно, выравнивая левую и правую стороны, можно по условию. Например, так, чтобы каждая полоса состояла из палочек одного цвета; из ограниченного количества палочек; из разноцветных палочек; чтобы в составе одного ряда обязательно была розовая палочка и т. д.

Дети в каждом отдельном случае объясняют способ составления числа, выделяют меньшие числа, из которых оно составлено, выражают зависимость чисел в цифрах, предлагают другие варианты. Педагог советует ребенку представить все случаи состава числа, пользоваться при этом другими учебными пособиями и материалами: карточками, игрушками, одноцветными палочками, контурами домов (прием — заселение нового дома, илл. 39) и др.



Илл. 39. Игра «Заселяем дома» (из пособия «На золотом крыльце»)

Упражняемость детей в выполнении различных действий с цветными счетными палочками Кюизенера помогает ребенку абстрагировать число, выделить его как таковое, что ведет к осуществлению простейших операций с числами: увеличение и уменьшение, отсчитывание и присчитывание, счет группами (парами, по 3) с целью определения общего количества, «запись» с помощью цифр, знаков сложения и вычитания процесса и результата действий с использованием карточек.

*Блоки Дьенеша*, представленные 48 объемными геометрическими формами или 24 плоскими, используются с целью обучения детей группировке, а позже — классификации. Дети в заданной взрослыми

интересной мотивированной деятельности объединяют блоки, одинаковые по цвету; цвету и форме; форме и размеру, обозначают количество числом и цифрой.

В таких упражнениях для сравнения по количеству и числу удобно пользоваться линиями, шнурами, когда начало и конец линии обозначают пару предметов. Дети обводят линией круглые блоки, выделив их из общего количества; выделяют только 5 блоков по каким-либо свойствам; только те, которых больше, чем остальные, и «переносят» их в квадрат, но уже в виде точек.

Педагог стимулирует содержательные самостоятельные игры и упражнения детей с блоками, включающие изменения групп предметов по количеству, цвету, форме, размеру, толщине.

### *Резюме*

Общая последовательность развития представлений о числе в период дошкольного детства состоит в переходе ребенка от восприятия множественности (много) и возникновения Первых количественных представлений (два, один, много, мало) через овладение способами установления взаимнооднозначного соответствия (столько же, сколько; больше, чем; меньше, чем) к осмысленному счету и измерению. Постепенно осваиваемое ребенком умение считать к 4—5 годам совершенствуется процесс познания им окружающего мира и его самого как активного деятеля.

Осознанное представление о числе возникает у ребенка в результате понимания им количественных отношений, чему способствует абстрагирование числа от конкретных предметов (Г. С. Костюк).

Усвоение отношений между числами основывается на осознании общей последовательности чисел от меньшего к большему, понимании и применении принципа образования чисел в практической деятельности.

По мнению психолога Н. А. Менчинской, для выполнения арифметических действий необходимо глубокое и уверенное владение рядом чисел.

Выбор и разработка технологий развития числовых представлений у детей основывается на принципе интеграции разных видов деятельности, полифункциональности и воздействия как на познавательное развитие ребенка, так и его личностное становление в целом, вхождение его в социокультурную среду.

### *Литература*

1. Белошистая А. В. Формирование и развитие математических способностей дошкольников. Курс лекций. — М.: Владос, 2004.
2. Ерофеева Т. И., Павлова Л. И., Новикова В. П. Математика для дошкольников: Книга для воспитателя детского сада. — М.: Просвещение, 1992.
3. Математика до школы. / Авт.-сост.: А. А. Смоленцева, О. В. Суворова и др. — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2006.
4. Носова Е. А., Непомнящая Р. Л. Логика и математика для дошкольников. — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2007.
5. Смоленцева А. А., Суворова О. В. Математика в проблемных ситуациях для маленьких детей. — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2004.
6. Смолякова О. К., Смолякова Н. В. Математика для дошкольников: В помощь родителям при подготовке детей 3—6 лет к школе. — М.: Издат-школа, 1992.
7. Харько Т. Г., Воскобович В. В. Сказочные лабиринты игры. Игровая технология интеллектуально-творческого развития детей 3-7 лет. - СПб., 2007.

### *Вопросы и задания для самоконтроля*

- © Объясните, почему ребенок, которого попросили сосчитать то, что есть у него дома, ответил: «Я ничего не могу сосчитать, всего по одному: стол, телевизор, шкаф...» В связи с чем возникла необходимость разработки методики познания детьми чисел в взаимосвязи и на основе освоения ими свойств и отношений предметов, что составляет предпосылки сложного процесса развития количественных представлений? Используйте для обоснования результаты исследований З. Е. Лебедевой, Е. А. Тархановой.
- © Решает ли использование стихов, потешек (с числами, цифрами, счетом) проблему развития числовых представлений у детей?
- © Разработайте рекламу вымышленного учебно-игрового пособия, игры для детей дошкольного возраста. Укажите критерии оценки.
- © Какое из современных учебно-методических пособий наиболее привлекательно для вас? Представьте обоснование.

## Увеличение и уменьшение чисел. Решение практических задач

Задачи на увеличение (уменьшение) числа на один в процессе непосредственного практического действия доступны пониманию детьми четвертого года жизни. Е. И. Тихеева советовала решать «бытовые» задачи с детьми этого возраста. Педагог обращает внимание детей на увеличение количества игрушек, материалов и просит выразить в действии и речи изменение: чего стало больше (меньше), на сколько, сколько всего и т. д.

В старшем дошкольном возрасте (5—6 лет) арифметические задачи (на сложение и вычитание) используются с целью подведения детей к простым вычислениям, практикования в применении знаний о составе чисел из двух меньших чисел при выполнении действий сложения и вычитания. Условия задач, как правило, отражают содержание игровых и бытовых ситуаций детской жизни. Решить задачу означает понять связи, которые даны в условии (содержательные и числовые), а также связи между данными задачи и искомым. Понимание этих связей определяет выбор арифметического действия.

Установив эти связи, ребенок довольно легко приходит к пониманию смысла арифметических действий и значений понятий *прибавить, вычесть, получится, останется*. Решая задачи, дети овладевают умением находить зависимости величин.

Вместе с тем задачи являются одним из средств развития у детей логического мышления, смекалки, сообразительности. В работе с задачами совершенствуются умения проводить анализ и синтез, обобщать и конкретизировать, раскрывать основное, выделять главное в тексте задачи и отбрасывать несущественное, второстепенное.

Дошкольникам свойственно своеобразное понимание сущности арифметической задачи, отраженное как в специальной литературе, так и в художественной. В педагогике этот вопрос изучался А. М. Леушиной, Е. А. Тархановой, Н. И. Непомнящей, Л. П. Ключевой и др. Детям свойственно понимать задачу как рассказ, историю, загадку, ситуацию и игнорировать числовые данные. Текст задачи дети трактуют произвольно, преобразуют его по своему усмотрению. Часто вопрос задачи заменяют ответом-решением.

Е. А. Тарханова выяснила, что дети понимают сущность арифметического действия по ассоциации его с жизненным: прибавили — прибежали, отняли — улетели и др. Они не осознают еще математических связей между компонентами и результатом того или иного действия.

Даже в тех случаях, когда дети формулировали арифметическое действие, было ясно, что они механически усвоили схему формулировки действия, не вникнув в его суть, т. е. не осознали отношений между компонентами арифметического действия как единства отношений целого и его частей. Поэтому и решали задачу привычным способом счета, не прибегая к рассуждению о связях и отношениях между компонентами.

Детям дошкольного возраста (5—6 лет) предлагаются для решения только простые задачи, решаемые одним действием сложения или вычитания.

В зависимости от используемого для составления задач наглядного материала они делятся на задачи-драматизации и задачи-иллюстрации. Эти задачи помогают ребенку определить тему, сюжет, отношения между числами и перейти к самостоятельному составлению задач.

В задачах-драматизациях наиболее наглядно раскрывается их смысл. Задачи этого вида особенно ценны на первом этапе обучения: дети учатся составлять задачи про самих себя, рассказывать о действиях друг друга, ставить вопрос для решения, поэтому структура задачи на примере задач-драматизаций наиболее доступна детям.

Особое место в системе наглядных пособий занимают задачи-иллюстрации. Если в задачах-драматизациях все predetermined, то в задачах-иллюстрациях при помощи игрушек создается простор для разнообразия сюжетов (в них ограничиваются лишь тематика и числовые данные).

Для иллюстрации задач широко применяются различные картинки. Основные требования к ним: простота сюжета, динамизм содержания и ярко выраженные количественные отношения между объектами. На одних из них все predetermined: и тема, и содержание, и числовые данные. Например, на картинке нарисованы три легковых и одна грузовая машина. С этими данными можно составить 1 или 2 варианта задач.

Но задачи-картинки могут иметь и более динамичную направленность. Например, можно взять картину-панно, на которой изображены озеро и берег; на берегу нарисован лес. На изображении озера, берега и леса сделаны надрезы, в которые можно вставить небольшие контурные изображения разных предметов. Тематика и здесь predetermined, но числовые данные и содержание задачи можно в известной степени варьировать (утки плавают, выходят на берег и др.).

*Методические приемы в обучении решению арифметических задач*

Обучение дошкольников решению арифметических задач проходит через ряд взаимосвязанных между собой этапов.

*Первый этап* — подготовительный. Основная цель этого этапа — организовать систему упражнений по выполнению операций над множествами. Так, подготовкой к решению задач на сложение являются упражнения по объединению множеств. Упражнения на выделение части множества проводятся для подготовки детей к решению задач на вычитание. С помощью операций над множествами раскрывается отношение *часть — целое*, доводится до понимания смысл выражений *больше на, меньше на*.

Учитывая особенности мышления детей, следует оперировать такими множествами, элементами которых являются конкретные предметы. Воспитатель предлагает детям отсчитать и положить на карточку шесть грибов, а затем добавить еще два гриба. Дети выполняют задание, и воспитатель спрашивает: «Сколько всего стало грибов? (*Дети считают.*) Почему их стало восемь? На сколько грибов стало больше?» Подобные упражнения проводятся и на выделение части множества. В качестве наглядной основы для понимания детьми отношений между частями и целым могут применяться диаграммы Эйлера—Венна, в которых эти отношения изображаются графически.

На *втором этапе* нужно упражнять детей в составлении задач и подводить к усвоению их структуры. Дети осваивают умения устанавливать связи между данными и искомым и на этой основе выбирать для решения необходимое арифметическое действие; понимать вопрос «Что нужно узнать?»

На этом этапе составляются такие задачи, в которых вторым слагаемым или вычитаемым является число 1. Это важно учитывать, чтобы не затруднять детей поиском способов решения задачи. Прибавить или вычесть число 1 они могут на основе имеющихся у них знаний об образовании следующего или предыдущего числа. Например, воспитатель просит ребенка принести и поставить в стакан семь флажков, а в другой — один флажок. Эти действия и будут содержанием задачи, которую составляет воспитатель. Текст задачи произносится так, чтобы были четко названы условие, вопрос и числовые данные.

При обучении дошкольников составлению арифметической задачи важно показать, чем она отличается от рассказа, загадки, логической задачи.

Например, чтобы показать отличие задачи от рассказа и подчеркнуть значение чисел и вопроса задачи, воспитателю следует предложить детям рассказ, похожий на задачу. В рассуждениях по содержанию рассказа отмечается, чем отличается рассказ от задачи.

Чтобы научить детей отличать задачу от загадки, воспитатель подбирает такую загадку, где имеются числовые данные. Например: «Два кольца, два конца, а посередине — гвоздик». «Что это?» — спрашивает воспитатель.

В дальнейшем, упражняя детей в составлении задач, нужно особо подчеркнуть необходимость числовых данных. Например, воспитатель предлагает следующий текст задачи: «Лене я дала гусей и уток. Сколько птиц я дала Лене?» В процессе обсуждения этого текста выясняется, что такую задачу решить нельзя, так как не указано, сколько было дано гусей и сколько — уток. Лена сама составляет задачу, предлагая детям решить ее: «Мария Петровна дала мне восемь уток и одного гуся. Сколько птиц дала мне Мария Петровна?» «Всего девять птиц», — говорят дети.

Чтобы убедить детей в необходимости наличия не менее двух чисел в задаче, воспитатель намеренно опускает одно из числовых данных: «Сереза держал в руках четыре воздушных шарика, часть из них улетела. Сколько шариков осталось у Серези?» Дети приходят к выводу, что такую задачу решить невозможно, так как в ней не указано, сколько шариков улетело. Воспитатель соглашается с ними: действительно, в задаче не названо второе число, а в задаче всегда должно быть два числа. Задача повторяется в измененном виде: «Сереза держал в руках четыре шарика, один из них улетел. Сколько шариков осталось у Серези?»

На конкретных примерах из жизни дети яснее осознают необходимость иметь два числа в условии задачи, усваивают отношения между величинами, начинают различать известные данные в задаче и искомое неизвестное.

Упражнять детей в умении высказываться по поводу арифметического действия сложения или вычитания — задача *третьего этапа*.

Дошкольники без затруднения находят ответ на вопрос задачи, исходя из последовательности чисел, связей и отношений между ними. Теперь же требуется выделить действия сложения и вычитания, раскрыть их смысл, «записать» их с помощью цифр и знаков в виде числового примера.

Прежде всего надо предложить детям составить задачи на нахождение суммы по двум слагаемым. «Мальчик поймал пять карасей и одного окуня», — говорит Саша. «Сколько рыбок поймал мальчик?» — формулирует вопрос Коля. Воспитатель предлагает детям ответить на вопрос. Выслушав ответы нескольких детей, он задает им новый вопрос: «Как вы узнали, что мальчик поймал шесть рыбок?» Дети отвечают, как правило, по-разному: «Увидели», «Сосчитали», «Мы знаем, что пять да один будет шесть» и т.п. Теперь можно перейти к рассуждениям: «Больше стало рыбок или меньше, когда мальчик поймал еще одну?»

«Конечно, больше!» — отвечают дети. «Почему?» — «Потому что к пяти рыбкам прибавили еще одну рыбку». Воспитатель поощряет этот ответ и формулирует арифметическое действие: «Дима правильно сказал, надо сложить два числа, названные в задаче. К пяти прибавить один. Это называется действием сложения».

Словесная формулировка подкрепляется практическими действиями: «К трем красным кругам прибавим один синий круг и получим четыре круга». Но постепенно арифметическое действие следует отделять от конкретного материала: «Какое число прибавили к какому?» Теперь уже при формулировке арифметического действия числа не именуется. Спешить с переходом к оперированию отвлеченными числами не следует. Такие абстрактные понятия, как «число», «арифметическое действие», становятся доступными лишь на основе длительных упражнений детей с конкретным материалом.

Когда дети освоятся в основном с действием сложения, можно будет перейти к обучению вычитанию.

При формулировке арифметического действия можно считать правильным, когда дети говорят *отнять*, *прибавить*, *вычесть*, *сложить*. Слова *сложить*, *вычесть*, *получится*, *равняется* являются специальными математическими терминами. Этим терминам соответствуют бытовые слова *прибавить*, *отнять*, *стало*, *будет*. Разумеется, бытовые слова ближе опыту ребенка, но желательно, чтобы воспитатель в своей речи пользовался математической терминологией, постепенно приучая и детей к употреблению этих слов. Например, ребенок говорит: «Нужно отнять из пяти яблок одно», — а воспитатель уточняет: «Нужно из пяти яблок вычесть одно яблоко».

Упражняя детей в формулировке действия, полезно предлагать задачи с одинаковыми числовыми данными на разные действия.

Например: «У Саши было три воздушных шара. Один шар улетел. Сколько шаров осталось?» Или: «Коле подарили три книги и одну машину. Сколько подарков получил Коля?» Устанавливается, что это задачи на разные действия. Важно при этом обращать внимание на правильную и полную формулировку ответа на вопрос задачи.

Можно показывать задачи и внешне похожие, но требующие выполнения разных арифметических действий. Например: «На дереве сидели четыре птички, одна птичка улетела. Сколько птичек осталось на дереве?» Или: «На дереве сидели четыре птички. Прилетела еще одна. Сколько птичек стало на дереве?» Хорошо, когда подобные задачи составляются одновременно и детьми.

На основе анализа данных задач дети приходят к выводу, что, хотя в обеих задачах речь идет об одинаковом количестве птичек, они выполняют разные действия. В одной задаче одна птичка улетает, а в другой — прилетает, поэтому в одной задаче числа нужно сложить, а в другой — вычесть одно из другого. Вопросы в задачах различны, поэтому различны и арифметические действия, различны ответы.

Такое сопоставление задач, их анализ полезны детям, так как они лучше усваивают как содержание задач, так и смысл арифметического действия, обусловленного содержанием.

Воспитатель задает вопрос, содержание которого близко к содержанию вопроса задачи: «Что надо сделать, чтобы узнать, сколько птичек сидит на дереве?» Затем вопрос формулируется в более общем виде: «Что надо сделать, чтобы решить эту задачу?» Или: «Что надо сделать, чтобы ответить на вопрос задачи?»

Воспитатель не должен мириться с ответами детей: отнять, прибавить. Выполненное действие должно быть сформулировано полно и правильно. Очень важно вовлекать всех детей в обдумывание наиболее точного ответа.

Поскольку к моменту обучения решению задач дети (5—6 лет) уже пользуются цифрами и знаками +, —, =, следует упражнять их в «записи» действия (используя карточки).

Для упражнения детей в распознавании записей на сложение и вычитание воспитателю рекомендуется использовать несколько числовых примеров и предлагать детям их «прочитать». По указанным примерам составляются задачи на разные арифметические действия, при этом детям предлагается сделать самостоятельно запись решенных задач, а затем прочесть ее. Обязательно нужно исправить ответы детей, допустивших ошибки в записи. Читая запись, дети скорее обнаруживают свою ошибку.

В дальнейшем детей упражняют в присчитывании и отсчитывании по единице.

Если до сих пор вторым слагаемым или вычитаемым в решаемых задачах было число 1, то теперь нужно показать, как следует прибавлять или вычитать числа 2 и 3. Это позволит разнообразить числовые данные задачи и углубить понимание отношений между ними, предупредить автоматизм в ответах детей. Сначала дети учатся прибавлять путем присчитывания по единице и вычитать путем отсчитывания по единице число 2, а затем — число 3.

*Присчитывание* — это прием, когда к известному уже числу прибавляется второе известное слагаемое, которое разбивается на единицы и прочитывается последовательно по единице. Например, к 6 нужно прибавить 3; тогда:  $6+1=7$ , затем:  $7+1=8$ , затем:  $8+1=9$ . Соответственно при *отсчитывании* из одного числа вычитается другое последовательно по единице. Например, от восьми отнять три:  $8-1=7$ ;  $7-1=6$ ;  $6-1=5$ .



Внимание детей должно быть обращено на то, что нет необходимости при сложении пересчитывать по единице первое число, оно уже известно, а второе число (второе слагаемое) следует присчитывать по единице; надо вспомнить лишь количественный состав этого числа из единиц. Этот процесс напоминает детям то, что они делали, когда считали от любого данного числа до указанного числа. При вычитании же числа 2 (или 3) нужно вспомнить его количественный состав из единиц и вычитать это число из уменьшаемого по единице. Это напоминает детям упражнения в обратном счете в пределах указанного им отрезка чисел.

Упражняясь в выполнении действий сложения и вычитания при решении задач, можно ограничиться простейшими случаями сложения (вычитания) чисел 2 и 3. Нет необходимости увеличивать второе слагаемое или вычитаемое число, так как это потребовало бы уже иных приемов вычисления. Решение задач уже в дошкольном возрасте на основе знания состава чисел (3, 4, 5, 6, 7 и др.) из двух меньших является наиболее рациональным. Задача детского сада состоит в том, чтобы подвести детей к пониманию арифметической задачи и отношений между компонентами арифметических действий сложения и вычитания.

Молено предложить дошкольникам составлять задачи без наглядного материала (устные). В них дети самостоятельно выбирают тему, сюжет и действие, с помощью которого она должна быть решена.

При составлении устных задач важно следить за тем, чтобы они не были шаблонными. В условии отражаются жизненные связи, бытовые и игровые ситуации. Следует приучать детей рассуждать, обосновывать свой ответ, в отдельных случаях использовать для этого наглядный материал.

### **Освоение детьми 5—6 лет отношений часть — целое на основе деления целого на равные части**

Делению целого на равные части в истории методики развития математических представлений уделено большое внимание в силу особой значимости данного содержания в развитии практических действий детей 4—7 лет, их мышления. В методических разработках Е. И. Тихеевой, Ф. Н. Блехер, А. М. Леушиной и других педагогов прошлого представлены игры и упражнения, способствующие освоению этого жизненно важного уже в дошкольном возрасте содержания.

В 5—6 лет дети овладевают умением делить целое (фигуры, предметы) на равные части. Это необходимо в качестве пропедевтики к усвоению долей и дробных чисел в школе, для углубления понимания детьми математических отношений: *больше, меньше, равны*.

Обучение строится на зависимостях целого и части: часть всегда меньше целого, а целое больше части; при указанном способе деления части целого равны между собой; существует функциональная зависимость между количеством и размером частей: чем больше количество частей, на которое делится целое, тем меньше каждая часть, и наоборот, чем меньше каждая часть, тем на большее количество частей разделено целое (при делении двух одинаковых по размеру предметов).

Деление целого на части осуществляется практически путем складывания с последующим разрезанием или путем разрезания.

Освоение детьми способов деления целого на равные части и отношения *целое — часть* способствует углублению понимания ими единицы. Слово *один* они относят к разным величинам: то к целому, то к его части, причем разного размера.

Обучение делению целого на части осуществляется с учетом особенностей понимания детьми отношения *целое — часть*. К старшему дошкольному возрасту у детей накапливается опыт деления целого на части (в играх, конструировании, быту). У них складывается бытовое понимание целого как неделимого и восприятие каждой части целого как нового, самостоятельного объекта.

Содержание обучения состоит в следующем:

- деление предмета на две, четыре или восемь равных частей путем разрезания или последовательного складывания плоских предметов пополам (один, два или три раза);
- освоение зависимости целого и части, умение воспринимать как целое не только неразделенный предмет, но и воссозданный из частей;
- упражнение в способе сравнения частей, полученных при делении целого на равные части, путем наложения;
- уточнении значения слова *равны*;
- развитие самостоятельности мышления, сообразительности;
- упражнение в нахождении новых способов деления;
- выявление зависимостей.

В результате упражнений дети начинают воспринимать половину как часть целого, разделенного на две равные части; четвертую часть как часть целого, разделенного на четыре равные части. Они учатся выражать в речи способы деления и складывания; соотношение частей.

Опыт складывания, деления бумаги разных форм, объемных предметов на неравные и равные части дети накапливают в разных видах игр, бытовой деятельности; при выполнении аппликаций, изготовлении простых поделок из бумаги, делении с практической целью полосок бумаги, шнуров, тесьмы, кругов и дорожек, нарисованных на асфальте и др. Сгибание плоских предметов (так, чтобы получились при этом две или четыре равные части (доли)) даже без разрезания дает возможность обнаружить эти части (визуально, на основе действия), их количество и соотношение с целым: каждая из частей меньше целого, целое больше части.

Детям свойственно определять полученные в результате деления части, пользуясь названиями геометрических фигур (квадраты, треугольники). Они не выделяют форму частей: части квадратной, треугольной формы. Слово *часть* в своей речи они заменяют названиями геометрических фигур. Предупреждению данной ошибки и упражнению в употреблении слов *часть, часть целого, половина, четверть* способствуют упражнения в делении таких предметов, когда в результате получаются части, не имеющие прямого сходства с геометрическими фигурами (разной формы четырехугольники, овалы, круги).

В процессе деления путем складывания дети убеждаются в том, что одноразовое перегибание листа бумаги ведет к получению двух равных частей, двухразовое — четырех и т. д.

В дальнейшем педагог упражняет детей в делении целого путем складывания с разрезанием и последующим склеиванием частей для воссоздания целого. С целью уточнения зависимостей целого и частей используется прием деления на равные и неравные части. Педагог, указывая на часть, спрашивает детей, можно ли ее называть частью целого — половиной, одной четвертой частью, предлагает использовать практические приемы для убеждения в этом: наложение частей, воссоздание целого.

Дети, обучаясь делению предметов (яблока, пряника) в бытовых для них ситуациях на равные и неравные части путем разрезания, уточняют, что только при делении на равные части каждую из них можно назвать *долей*. В игровой ситуации при соблюдении требований к делению каждый из участников получает предназначенную ему долю целого предмета.

Параллельно используются следующие виды наглядного материала: игра «Дробь» (выпускается ООО «Оксва», Санкт-Петербург), «Чудо-цветик» (ООО «РИВ», Санкт-Петербург); обучающая игра «Дом дробей» (ООО «Играем вместе», Екатеринбург; см. илл. 9 цв. вкладки); фигуры из бумаги, лоскутки ткани; фрукты, овощи, конфеты, булочки, то, что удобно и естественно делить.

Предложенные игры удобны в использовании, т. к. в них предмет уже поделен, как правило на 10—12 частей. Дети воспринимают части, их относительный размер, оперируют ими. Составляя многократно одну и ту же фигуру, например круг из разного количества частей (из 2, 3, 4-х), дети убеждаются, что по мере увеличения числа частей уменьшается размер каждой из них.

При использовании игр дети осваивают общую последовательность деления, что не всегда удобно при использовании бумажных листов, делить которые на 3, 5, 6 частей довольно трудно.

При делении группы предметов на части дети убеждаются: чем больше по количеству целое (группа предметов), тем больше предметов в каждой части. Выделяется и более сложная зависимость между количеством частей, на которые делится целое, и количеством предметов в группе. Например, дети делят совокупность из шести предметов на две части (раскладывают шарики в две коробки). Затем другую совокупность из восьми шариков раскладывают тоже в две коробки. Выясняют, что число предметов в группе зависит от их общего количества.

В другой раз берутся две равные совокупности: шесть синих и столько же красных шаров. Синие шары раскладываются в две коробки, а красные — в три коробки. Выясняется количество полученных групп в первом и втором случае, а также количество предметов в группе; выявляется зависимость количества предметов в каждой группе от количества этих групп. Зависимости аналогичны тем, что имеют место при измерении.

Используется и мерка, с помощью которой делится предмет (дощечка, лист картона) на равные части. Мерка дается в готовом виде или изготавливается детьми путем складывания. Теперь способ деления можно применять в изготовлении мерки, равной половине, третьей части делимого предмета.

В дальнейшем большее и меньшее по размеру целое делится на равное количество частей, выясняется зависимость размера части и целого. Затем целое, например два-три равных по размеру круга, делится на разное количество частей (2, 4 и 8), сопоставляются части по размеру и количеству, делается вывод.

Такие упражнения в непосредственном делении целого на равные части дают детям возможность выделить и осознать зависимости между количеством полученных в результате частей и их размером.



Овладение детьми 5—6 лет измерением различных величин условными мерками; действиями сложения и вычитания путем осуществления вычислительных приемов или на основе знания состава чисел из двух меньших; делением целого на равные части способствует абстрагированию числа, пониманию числового (количественного) значения цифры как знака, образа, условности. *И* От степени активности мыслительной деятельности детей в процессе применения взрослым в обучении проблемных, игровых технологий, элементов исследовательской деятельности будут зависеть развитие их способностей (восприятия, мышления, воображения) и успех ориентировки в окружающем их материальном и социальном мире.

#### *Литература*

1. Березина Р. Л. Формирование у детей старшего дошкольного возраста знаний о способах и мерах измерения протяженностей, массы и объема. / Теория и технологии математического развития детей дошкольного возраста. Хрестоматия / Сост.: З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая, М. Н. Полякова. — М.: Центр педагогического образования, 2008.

2. Берешвили Г. Д., Котетшвили И. В. С чего начинать обучение математике в школе. Там же.

3. Непомнящая Н. И. Проблемы начального этапа обучения математике. Там же.

4. Непомнящая Н. И. Усвоение математических действий в дошкольном возрасте. Там же.

5. Щербакова Е. И. Методика обучения математике в детском саду. — М.: Академия, 2000.

#### *Вопросы и задания для самоконтроля*

- © Выделите линии взаимосвязи счета, измерения, действий сложения и вычитания, деления целого на равные части. Представьте обоснование.
- © Выскажите свое мнение по поводу возможности (или отсутствия таковой) самостоятельного изготовления ребенком шести лет материала для построения упорядоченного ряда (по длине, ширине, весу, объему). Представьте алгоритм деятельности (если она возможна).
- © Представьте, что вы в «Лаборатории нерешенных проблем». Запишите проблемы, предложите сокурсникам решить их. Выслушайте их мнение, оцените их эрудицию.

### **3.9. Освоение простейших зависимостей и закономерностей в дошкольном возрасте**

#### **3.9.1. Развитие понимания сохранения количества и величины у детей дошкольного возраста**

Там, где есть закономерность, там есть и смысл.

*У. У. Сойер*

Осуществляя целенаправленное различение, называние, упорядочивание и сравнение свойств, ребенок учится устанавливать взаимосвязи относительно признаков форм, количеств и выражать их с помощью языковых средств. При определении взаимосвязей дети дошкольного возраста опираются в основном на собственный опыт, который, однако, организуется взрослыми.

Когда речь идет об обучении дошкольников, имеется в виду не прямое обучение логическим операциям и отношениям, а подготовка детей посредством практических действий к усвоению смысла слов, обозначающих эти операции и отношения.

По своему содержанию эта подготовка не должна исчерпываться только развитием математических представлений. С точки зрения современной концепции обучения самых маленьких детей не менее важным, чем арифметические операции, является развитие элементов логического мышления. Детей до школы необходимо учить не только вычислять и измерять, но и рассуждать.

В развитии элементов логико-математического мышления ребенка есть важная граница, которую большинство детей переходят между 5 и 8 годами, — понятие о *сохранении*. Понимание сохранения количества создает предпосылку для формирования понятия о количественном числительном.

Понятие о сохранении требует осознания детьми того факта, что определенные свойства (например, количество, масса) не меняются при изменении других свойств (плотности расположения элементов, формы).

Всемирно известный швейцарский психолог Жан Пиаже обоснованно считал, что понимание сохранения объекта в процессе изменения его формы составляет важное условие всякой рациональной деятельности, необходимое условие математического мышления.

Процедура постановки задач Пиаже на сохранение следующая. Ребенку показывают два совершенно одинаковых предмета или два совершенно одинаковых набора предметов (два одинаковых шарика или две

одинаковых колбаски из пластилина; два одинаковых стакана, заполненные одинаковым количеством воды; два ряда, содержащие одинаковое количество каких-либо предметов; две одинаковые палочки, расположенные параллельно и так, что их концы совпадают; два одинаковых предмета одинакового веса). Ребенка просят оценить количество пластилина в объектах, воды в стаканах, предметов в рядах, массы объектов и длины палочек.

После того как правильная оценка получена, экспериментатор на глазах у ребенка трансформирует один из стимулов: раскатывает, сжимает или расплющивает один из кусочков пластилина, переливает воду из одного из стаканов в стакан другой формы и размера, раздвигает или приближает друг к другу объекты в одном из рядов, сдвигает палочки так, что совпадение их концов нарушается. То есть сначала показываемые ребенку объекты одинаковы по всем своим свойствам, а после трансформации — только по одному из свойств, сохранение которого проверяется (количество пластилина в кусочках; длина палочек, количество предметов в рядах). Что же касается других свойств, то теперь их значения в двух объектах становятся разными. Эти различия могут быть описаны как различия по форме и пространственным отношениям, а более детально — как различия по элементам формы — по длине, толщине, высоте, ширине, конфигурации, плотности объектов в рядах, взаимном расположении предметов и рядов. После этого ребенка опять просят оценить равенство или неравенство объектов по тем же свойствам, равенство которых признавалось до трансформации. Если теперь ребенок отрицает равенство по тем свойствам, которые не изменялись при трансформации, то такой ребенок «не сохраняет» количество, длину, вес.

Например, вы можете показать ребенку два равных ряда бусинок и спросить, одинаковы ли они. Если ребенок понимает, о чем вы спрашиваете, он ответит «да» (илл. 40).

Если затем изменить один ряд так, как показано на илл. 41, и спросить, остались ли ряды одинаковыми или в одном ряду стало больше бусинок, ребенок может ответить, что в длинном ряду бусинок больше. Это означает, что он не обратил внимания на неизменность количества бусинок и использовал длину ряда в качестве ключа.

Ребенок, начинающий овладевать понятием сохранения количества, скажет, что оба ряда имеют одинаковое количество бусинок, потому что в рядах по 5 бусинок — или просто потому что ничего не добавили и не убрали. Ребенок, владеющий понятием сохранения, скажет, что в обоих рядах находится одинаковое количество бусинок, независимо от того, что сделает воспитатель — расположит их определенным рисунком или разложит на кучки.

Аналогичным образом проводится опыт с водой или другой жидкостью. Ребенку показывают две одинаковые банки с жидкостью, а затем переливают жидкость одной из них в высокую узкую или в широкую банку и в две меньшие банки. Если ребенок усвоил понятие сохранения вещества, он скажет, что после переливания в другой банке содержится такое же количество жидкости.

Можно сделать два равных шарика из пластилина, а затем раскатать один из них в жгутик или превратить его в блинчик или же в два шарика меньших размеров. Ребенок, освоивший понятие сохранения, способен понять, что в нераскатанном и в раскатанном шарике одно и то же количество пластилина при условии, что ничего не добавили и ничего не убавили.

Таким образом, *сущность сохранения проявляется в ситуациях преобразования объектов*. Сначала предъявляемые ребенку объекты одинаковы по всем своим свойствам, а после трансформации — только по одному из свойств, сохранение которого проверяется.

Сохранение количества дискретных твердых предметов (бусин, пуговиц, чашек) в наборе можно установить счетом. При этом можно менять взаимное расположение элементов, составляющих набор, но не сами эти элементы. Деформируемые, непрерывные материалы (жидкости, глина, бечевка, резиновая лента) не поддаются счету. Меру им можно придать только с помощью измерительных устройств: линейек, весов, градуированных емкостей и др. Вот почему раньше приобретает понятие о сохранении количества вещества, затем — массы и в последнюю очередь — объема.

Ж. Пиаже определил три последовательные стадии в развитии у детей способности к сохранению.

*Первая стадия* (стадия несохранения) — это глобальное качественное сравнение. На этой стадии параметр (масса, количество, размер) еще не отделяется ребенком от других свойств предмета. Поэтому дети, например, не способны подобрать столько же элементов, сколько их содержится в предъявленном множестве. Они приблизительно воспроизводят общую форму предъявленной совокупности, тогда как количество объектов во второй совокупности может быть большим или меньшим, чем в первой. Например, линейные ряды копируются по их длине, независимо от плотности элементов в ряду.

На этой стадии дети утверждают, что количество вещества, его вес и объем изменяются при изменении формы глиняного шарика или сосуда, в который переливается вода или пересыпаются бусины. Если шарик превращается в более длинную колбаску, они говорят, что в нем стало больше глины, что он стал тяжелее и что вода в сосуде, в которую его опустят, поднимется выше. Если воду перелили в более высокий и тонкий

сосуд так, что ее уровень стал выше, чем в стандартном, дети говорят, что в новом сосуде воды стало больше и т. п.

Таким образом, на первой стадии ребенок может правильно оценить объект только в конкретной ситуации на основе непосредственного восприятия предметов.

*Вторая стадия* развития (неустойчивое сохранение) характеризуется неустойчивостью ответов и тем, что дети утверждают сохранение количества, величины при незначительных трансформациях объектов и отрицают сохранение при больших трансформациях. Например, когда произведенная трансформация формы глиняного шарика невелика или когда второй сосуд не очень отличается от стандартного, дети говорят, что вещества (массы, объема) осталось столько же. Но когда трансформация формы более значительна, вновь даются ответы о несохранении. На этой стадии старший дошкольник способен отвлекаться от наиболее ярких свойств и может оценивать отношения между предметами на основе менее заметных, скрытых свойств, т. е. опосредованно. Например, он уже знает, что раздвинутые пальцы ладони хотя и занимают больше места в пространстве, чем сжатые кулаки, но между ними при этом увеличивается лишь расстояние.

Наконец, на *третьей стадии* (стадии сохранения) дети уверенно проявляют понимание сохранения при любых трансформациях. Дети, находящиеся на этой стадии, ясно понимают, что количество элементов в двух совокупностях остается одинаковым, как бы экспериментатор ни изменял форму и площадь созданных ими конфигураций.

Усвоение понятия сохранения тесно связано с общей способностью ребенка мыслить и рассуждать, дифференцировать разные свойства и избирательно оперировать каким-либо из них, абстрагируясь от других. Дифференциация разных свойств, умение выразить их в речи — длительный процесс, растягивающийся на годы.

Вначале, когда такой дифференциации нет, восприятие объектов интегрально, и столь же интегрально представлены свойства в высказываниях детей. Отсюда — все феномены несохранения, характерные для первой стадии. Количественные свойства объектов (количество вещества, масса, объем) еще не выделены в восприятии и в речи из их общей формы, слиты с ней. При этом в силу глобальности и малой расчлененности самой формы, как в восприятии, так и в высказываниях, при оценке и сравнении количеств принимается во внимание только наиболее резко выступающие, «бросающиеся в глаза» качества формы: длина колбаски или площадь поверхности, высота столбика воды в сосуде\*. По этим свойствам выносятся первые грубые суждения детей: *больше, меньше, равно*. Менее выступающие и меньше бросающиеся в глаза особенности формы, такие как толщина колбаски и глиняной лепешки (когда она невелика и явно меньше высоты), не оказывают влияния на суждения о величине.

В дальнейшем, когда восприятие и речь детей становятся более дифференцированными, они могут сравнить величины

е по одной, но по разным особенностям формы. Отсюда возможность неустойчивых рассуждений. Вместе с тем, когда определенное количество уже начинает выделяться из «упаковки», не очень большие изменения формы могут не сказываться на оценках величины, в отличие от значительных ее трансформаций. Отсюда — еще один источник неустойчивости рассуждения детей на второй стадии. Только на третьей стадии в результате длительного процесса «освобождения» от внешних несущественных признаков количество становится инвариантным при любых изменениях формы, что обеспечивает его устойчивое сохранение.

Проведенное Л. Ф. Обуховой и П. Я. Гальпериным исследование показало, что развитие умения выделять в сравниваемых объектах разные свойства и каждое из них измерять с помощью какой-то избранной мерки представляет собой необходимое условие для формирования у детей полноценного знания о принципе сохранения.

Американский психолог Дж. Брунер установил, что если 5—6-летних детей, не обнаруживших понимания принципа сохранения, тренировать в обратном преобразовании предмета, например из «колбаски» снова сделать шарик, и при этом ставить перед ребенком вопрос «Получились одинаковые шарики?», то после серии таких тренировок у большинства детей обнаруживается понимание принципа сохранения, т. е. они переходят с первой на третью стадию развития познавательной способности оценки величин и количеств.

Все эти факты свидетельствуют о том, что целенаправленное обучение способствует освоению понятия сохранения дошкольниками. Основной путь в таком обучении — развитие умения дифференцировать разные свойства, что достигается через развитие у детей действия сравнения, освоение ими операций сериации и классификации. Овладение счетом и измерением также способствует развитию понимания сохранения количества, величины.

Как отмечают многие исследователи, обучая сохранению, важно создавать ситуации, в которых ребенок оказывается в познавательном конфликте. Например, если ребенок склонен полагать, что удлинение шарика увеличивает количество пластилина, а убавление (отщипывание) кусочка уменьшает его количество,

необходимо произвести сразу и одну, и другую операции. Это заставит ребенка колебаться между взаимно конфликтующими стратегиями, более внимательно оценивая ситуацию.

В процессе усвоения понятия сохранения детей и активно входят в практику образовательного процесса благодаря развитию метода обучения ТРИЗ — Теории Решения Изобретательских Задач. Творческие задачи (вопросы, ситуации) имеют много решений (которые будут правильными), но не имеют четкого алгоритма (последовательности) решения. Эти средства прежде всего направлены на развитие смекалки, сообразительности, воображения, творческого (дивергентного) мышления как важного компонента творческих способностей. Они способствуют переносу имеющихся представлений в иные условия деятельности, а это требует осознания, *присвоения* самого знания. В процессе решения творческих задач ребенок учится устанавливать разнообразные связи, выявлять причину по следствию, преодолевать стереотипы (которые уже начинают складываться), комбинировать, преобразовывать имеющиеся элементы (предметы, знания, вещества, свойства). Но самое главное — в процессе решения таких задач ребенок начинает испытывать удовольствие от умственной работы, от процесса мышления, от творчества, от осознания собственных возможностей.

### **Методика использования творческих задач, вопросов и ситуаций в обучении дошкольников**

Ю. Г. Тамберг отмечает, что существуют определенные трудности в выборе задач для детей. Если задача простая — ребенку скучно, если сложная — он отказывается ее решать. Существует несколько уровней трудности задач. Первый — ребенок может решить задачу самостоятельно. Второй — самостоятельно решить не может, но с помощью наводящих вопросов решает сам. Третий — не может решить, но может понять ход решения и ответ. Четвертый — не может ни решить, ни понять ход решения, ни понять ответ. Следует давать задачи первых трех уровней сложности, причем третий уровень задач надо решать в режиме «Давай решим вместе». Это воспитывает в ребенке уверенность в своих силах, смелость в постановке целей, доставляет удовольствие от общения со взрослым.

Дошкольникам целесообразно предъявлять творческие задачи, ставить творческие вопросы после того, как необходимые для решения представления уже имеются у ребенка. Например, творческая задача «Нарисуй кошку, не рисуя ее» предполагает одним из вариантов решения рисование какой-либо части, по которой можно догадаться о целом (знание о зависимости части и целого). Задача «Нарисуй медведя в квадрате со стороной в 2 клетки, но так чтобы он был самым большим!» требует осознания относительности величины.

Творческая задача «Как нарисовать солнце, если наш карандаш умеет рисовать только квадраты?» может быть решена через осознание структуры геометрических фигур: чем больше углов, тем больше фигура похожа на круг. Это задача третьего уровня для шестилеток. Можно предложить решать ее практическим способом: множество квадратов накладывать друг на друга, моделируя солнце, или же выстраивать из них замкнутую в круг линию.

Творческий вопрос «Что надо сделать, чтобы сапоги не скользили в гололед?» заставляет детей задуматься о причине скольжения, а также о том, какие свойства (сапога, льда) и как нужно изменить, чтобы найти правильный ответ. Совместное обсуждение этого вопроса позволит найти несколько приемлемых решений и подарит детям радость содержательного общения.

Результатом включения в образовательный процесс творческих задач, ситуаций, вопросов будет развитие у детей (и взрослых) творческих способностей, уточнение и углубление представлений о разнообразных свойствах, связях, отношениях и зависимостях, развитие инициативности, самостоятельности, уверенности в своих возможностях, чувства юмора и удовольствия от умственного труда и общения.

Формы организации детской деятельности зависят от вида, назначения игр, мотивации, степени овладения познавательными действиями.

Преимущественно самостоятельно и инициативно, в виде самостоятельности дети осваивают настольно-печатные игры, игры-забавы, логические и математические головоломки, занимаются экспериментированием. Естественно, что в каждом конкретном случае возможно сочетание самостоятельности и совместного со взрослым конструирования системы игровых действий, обсуждения их результативности, проектирования хода игры и т.д. Взрослый мотивирует деятельность детей, создает положительное настроение, стремление находить способы решения, отгадывать и догадываться, включаться в коллективное решение игровых задач.

В деятельности, организуемой взрослым, дети осваивают способы разрешения проблемных ситуаций, решения творческих задач, поиска и построения ответа на вопрос. Для этого взрослый организует тематические мини-ситуации, занятия в виде сюжетных логико-математических игр, тренинги, развлечения и вечера досуга (в том числе совместные с родителями).

## Литература

1. *Вербенец А.М.* Освоение свойств и отношений предметов детьми пятого года жизни посредством моделирования. / Методические советы к программе «Детство». — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2007.
2. *Готовимся к аттестации: Методическое пособие для педагогов ДОУ.* 2-е изд.- СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2005.
3. *Давайте вместе поиграем: Методические советы по использованию дидактических игр с блоками и логическими фигурами.* / Сост.: Н. О. Лелявина, Б. Б. Финкельштейн.— СПб.: Корвет, 2001.
4. *Давайте поиграем.* / Под ред. А. А. Столяра. — М.: Просвещение, 1999.
5. *Дошкольник изучает математику. Как и где?* / Под ред. Т. Н. Ерофеевой.— М.: изд. дом «Воспитание дошкольника», 2002.
6. *Математика до школы: Пособие для воспитателей детских садов и родителей.* / Сост.: А. А. Смоленцева, О. В. Пустовойт, З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая. — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2006.
7. *Математика — это интересно: Игровые ситуации для детей дошкольного возраста. Диагностика освоенности математических представлений* / Авт.-сост.: З. А. Михайлова, И. Н. Чеплашки-на.- СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2006.
8. *Михайлова З.А.* Активизация мыслительной деятельности ребенка в развивающих математических играх. / Игра и дошкольник. Развитие детей старшего дошкольного возраста в игровой деятельности.- СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2006.
9. *Михайлова З. А.* Игровые задачи для дошкольников.— СПб., ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2007.
10. *Никитин Б. П.* Ступеньки творчества, или Развивающие игры. — М.: Просвещение, 1989.
11. *Носова Е.А., Непомнящая Р. Л.* Логика и математика для дошкольников. - СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2006.
12. *Полякова М. Н.* Развитие творческой самостоятельности старших дошкольников в конструктивных играх. / Игра и дошкольник. Развитие детей старшего дошкольного возраста в игровой деятельности.— СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2006.
13. *Полякова М. Н., Михайлова З. А. и др.* Первые шаги в математику. /Дошкольное воспитание, №12, 2004.
14. *Смоленцева А. А., Суворова О. В.* Математика в проблемных ситуациях для маленьких детей.— СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2003.
15. *Тамберг Ю. Г.* Развитие творческого мышления ребенка.— СПб.: Речь, 2002.
16. *Харько Т. Г., Воскобович В. В.* Сказочные лабиринты игры. Игровая технология интеллектуально-творческого развития детей 3-7 лет. - СПб., 2007.

### 4.2. Моделирование как средство логико-математического развития детей дошкольного возраста

Согласно исследованиям, основы освоения моделирования закладываются в дошкольном возрасте, что вызывает пристальное внимание психологов и педагогов к генезису развития моделирования в дошкольном возрасте, разработке содержания моделей и технологий их использования в процессе освоения детьми различного содержания.

Особую роль играет моделирование в логико-математическом развитии детей. Математические понятия являются моделями разной степени условности (натуральный ряд чисел, планы, цифры и др.). Сложность их освоения обусловлена противоречием между образным мышлением дошкольника и абстрактностью самих понятий. В силу этого для детей дошкольного возраста необходима разработка и использование более наглядных моделей («модели нижнего яруса» по классификации В. А. Штоффа). Промежуточные модели, с одной стороны, способствуют развитию необходимых умений моделировать, с другой — представляют содержание в более упрощенной, доступной детскому восприятию и пониманию форме.

В современных исследованиях имеют место разные подходы к определению сущности моделирования.

- моделирование рассматривается как общелогический метод познания;
- как вид знаково-символической деятельности;
- как общая интеллектуальная способность.

Одна из наиболее *распространенных классификаций моделей* подразумевает деление на два основных класса: материальные модели, назначение которых состоит в физическом воспроизведении действительности, и идеальные модели, с которыми, даже при воплощении их в материале, все преобразования осуществляются мысленно (образные, знаковые). В психологических работах *модель* определяют как особый вид знака и *моделирование* трактуют как один из видов знаково-символической деятельности (ЗСД).

ЗСД представляется как особая деятельность со знаково-символическими средствами (ЗСС). Среди них выделяются схематизированные, в которых передана структура действительности (план комнаты и т. п.); знаковые, обозначающие содержание (формулы; знаки, обозначающие сложение, вычитание, умножение, деление; цифры и т. п.). Выделяют также две формы ЗСС: вещественную (специальный дидактический материал, например блоки Дьенеша, палочки Кюизенера) и графическую (схемы, таблицы).

Ребенку необходимо освоить соотнесение «обозначаемое — обозначающее», которое является сущностью семиотической функции. Семиотическая функция понимается как целостное образование, включающее различие «обозначаемого» (и в нем: предмет и знак) и «обозначающего» (форму и содержание); определение связи между ними.

Изучение психологических предпосылок овладения моделированием и его генезиса в дошкольном детстве привело к **определению моделирования** как общей интеллектуальной способности (Л.А. Венгер, Р. И. Говорова, О. М. Дьяченко, С.Л. Лоренсо, А. М. Сиверио и др.). В основе данной интеллектуальной способности лежит овладение детьми практическими действиями замещения, использования моделей, моделирования. Наглядное моделирование выступает средством ориентировки детей в действительности, обобщения, планирования и контроля действий и составляет одну из форм опосредования, которыми овладевают дошкольники. Л. А. Венгер отмечал, что наглядно-образное мышление дошкольников опосредуется наглядным моделированием, в котором в условно-семантической форме отражаются различного вида отношения. Источником развития моделирования является детская деятельность, которой свойственна моделирующая направленность.

Основываясь на идеях интериоризации внешних действий, в психологии экспериментально изучен генезис моделирования. Развиваясь на основе овладения действиями замещения (3—4 года), моделирование превращается в средство познания (4—6 лет) и далее, «присваиваясь» детьми, становится способом познания, собственно моделированием (6 лет и старше).

### Особенности освоения замещения, моделирования в раннем и дошкольном возрасте

В процессе анализа особенностей опосредованного познания детьми свойств и отношений можно условно наметить **две линии**: развитие собственно моделирования и освоение содержания посредством

Таблица 3. **Взаимосвязь опосредованного познания и развития моделирования в дошкольном возрасте**

| Развитие моделирования   |  | Освоение содержания посредством моделирования   |
|--|--|---|
| Развитие умений и действий: замещения и означения, декодирования, создания и преобразования модели, использования разных моделей в процессе познания и т. п.   | Осознание семиотической функции: различие планов «обозначаемое — обозначающее», осознание правил замещения и т. п. | Освоение различных отношений и связей (пространственных, размерных, временных, количественных, логических, родовидовых и т. п.) |
| Развитие действий и умений обеспечивает осознание семиотической функции; понимание семиотической функции повышает уровень развития действий и умений   |  | Более дифференцированное освоение отношений, выделение существенных связей и свойств и т. п.                                    |
| Развитие моделирования позволяет более дифференцированно и обобщенно усваивать содержание (облегчает процесс познания); в процессе освоения содержания осваиваются различные модели и знаково-символические средства |  |   |

использования модели (см. таблицу 3).

Младшие дошкольники могут применять самые простые сенсорные по содержанию и предметные по форме выражения модели (иконические) в **процессе опосредованного познания свойств и отношений**. В данном возрасте ценно именно непосредственное познание свойств и отношений. Осваиваются самые простые модели, обеспечивающие начальную систематизацию или дифференциацию сенсорных ощущений: геометрические фигуры, названия цветов, обозначение частей суток четырьмя разноцветными квадратами и

т. п. При использовании модели детей привлекает сам способ замещения, а не использование модели в познании свойств.

Сложные модели затрудняют процесс восприятия: дети начинают играть с элементами моделей, затрудняются сравнивать модель и предмет. Например, дети 3—4-х лет не могли сопоставить предмет в кукольной комнате и на плане: отгибали лист с изображением плана и искали игрушку на обороте, определяли наугад (Р. И. Говорова, 1975); не понимали принципа системы координат в ситуации запоминания одной из 49 клеток на игровом поле (7 на 7 клеток) даже при введении образных обозначений (горизонтали и вертикали обозначались изображениями предметов), не могли показать запоминаемую клетку, ориентировались лишь на общее направление (показывали рукой приблизительное расположение клетки), с чем достаточно успешно справилось определенное число детей 4—5 лет (О. М. Дьяченко, 1986) (илл. 58). Большинство младших дошкольников не способны «читать» образец сложения построек при конструировании. Данные особенности продиктованы недостаточным уровнем развития анализа, сравнения, что характерно для младшего дошкольного возраста.

*Дети среднего дошкольного возраста* осваивают умения *использовать* различные модели, понимают отражательную функцию, адекватно воспринимают некоторые графические и условные способы выражения модели. Моделирование в данном возрасте следует рассматривать как совокупность преимущественно практических действий по использованию моделей (применение детьми готовых моделей, воспроизведение их в знакомых условиях в совместной со взрослым деятельности).

В данном возрасте в продуктивных видах деятельности и игре происходит освоение *замещения и операции означения* (Л. А. Венгер, Л. С. Выготский, Е. Е. Сапогова, О. В. Суворова и др.), предшествующих овладению математическим знаково-символическим языком (цифрами, знаками и т. п.). Дети старше четырех лет успешно кодируют образные ситуации, придумывают новые способы употребления предметов. Вместе с тем при замещении образных слов дети склонны создавать рисунки, индивидуальные образы (что показывает связь моделирования и воображения), а в ситуации замещения предмета называют способы, аналогичные его функциям.

Выявлен относительный уровень развития практического моделирования у детей 4—5 лет. Дошкольники могут «потерять» основание сравнения модели и объекта, используют модель частично, увлекаются игрой с элементами модели. Однако при использовании модели дети более успешно обследуют предмет (рассматривают модель, поочередно сопоставляют свойства предмета и символы модели). Модель выступает опорой действий: «подсказывает» задачу и действия для ее достижения.

Обнаружено, что на процесс использования модели детьми влияют следующие факторы:

- эмоционально-образное отношение детей к осваиваемому содержанию и самой модели: выделение понравившихся обозначений, деталей; эмоциональные комментарии изображений; обыгрывание элементов модели, дополнение ее содержания;
- индивидуальные различия в отношении детей к познанию посредством модели, направленность интереса на осваиваемое содержание, на изучение самой модели и действий с ней, на ситуацию общения со взрослым.

*Влияние модели на освоение различного содержания* состоит в:

- повышении системности, глубины и обобщенности формируемых представлений о свойствах, более дифференцированном их восприятии, запоминании эталонов;
- активизации самостоятельного непосредственного и опосредованного обследования объектов;
- повышении детской самостоятельности, проявляющейся в более автономном выполнении задания, детском экспериментировании с элементами модели и объектами, снижении количества обращений ко взрослому и изменении мотивации (Л. А. Венгер, А. М. Вербенец).

В исследовании Р. И. Говоровой (1975) показано, что дети 4—5 лет успешно устанавливают пространственные отношения при использовании модели: стараются использовать план при поиске задуманной игрушки, соотносят положение предмета на плане с местонахождением в кукольной комнате, рассматривают план и мебель в комнате, учитывают как очертания предмета, так и примерное их расположение.

Вместе с тем в процессе опосредованного познания значительная часть детей среднего дошкольного возраста затрудняется в понимании соотношения *обозначаемое — обозначающее* (например, ребенок не понимает принципа сопоставления пространства комнаты и ее плана; не выделяет числа, обозначенного цветом и размером палочки Кюизенера).

В *старшем дошкольном возрасте* развитие моделирования происходит по нескольким взаимосвязанным линиям: развитие моделирования как знаково-символической деятельности (повышение понимания семиотической функции и интериоризации действий моделирования); освоение детьми

различных моделей (изменение их обобщенности, системности); их самостоятельное применение в познании различного содержания.

В данном возрасте происходит значительное изменение в *осознании семиотической функции* (Н. Г. Салмина, Г. А. Глотова и др.); выявлено влияние понимания семиотической функции на эффективное освоение содержания без специального формирования практических действий моделирования.

Развитие умений переводить информацию на знаковый язык (означение) сложно для дошкольников и в большей мере возможно на уровне воссоздания освоенных моделей в совместной со взрослым деятельности. Детям 5—7-ми лет доступно некоторое преобразование модели, что проявляется во внесении изменений в осваиваемые модели (в ходе решения простых логических задач дети предлагают заменить отсутствующие детали геометрическими фигурами).

У старших дошкольников проявляется интерес к освоению знаково-символических средств (цифры, буквы). Дети способны выделить заданное отношение (различие предметов по цвету, размеру или количеству) и означить его адекватными заместителями (различными по содержанию: предметами, объемными и плоскими моделями) (Павлюкова А. В., 1975, методика «Подсказка одним заместителем»). У части детей выявлен достаточно высокий уровень развития замещения.

Использование модели, созданной самими детьми, приводит к значительно лучшим результатам в запоминании слов. При этом треть старших дошкольников осознает возможность использования модели (знака) как средства запоминания информации (слов). В ситуации, в которой детям предлагалось для лучшего запоминания слов нарисовать знаки к ним (но не сами предметы), значительная часть детей выбирала ассоциативные черты, обобщенные свойства; дети использовали созданные изображения при воспроизведении слов. Более того, в ситуации, в которой предлагалось придумать знаки — обозначения слов, которые будут использоваться другими детьми («Рисунок для других»), дошкольники обращали внимание на степень сходства знака и объекта, таким образом, демонстрировали некоторое понимание *правил означения* (Е. В. Филиппова, Е. А. Бугрименко (1975)).

Старшие дошкольники достаточно успешно осваивают *элементы математических знаковых систем* (геометрические фигуры, цифры, знаки и др.), однако осознание семиотической функции к 6—7-ми годам находится на низком уровне (Г. А. Глотова, С. А. Лебедева, Н. Г. Салмина, О. В. Суворова и др.). Старшие дошкольники различают планы и понимают некоторые связи между ними; приводят, как правило, лишь одно-два неадекватных объяснения; при выделении правил ЗСД ограничиваются перечислением некоторых атрибутов, элементов, подменяют их нормами поведения и в целом не осознают необходимость знания алфавита данных ЗСС. Однако, согласно исследованиям О. В. Суворовой (1998), в котором выявлялись особенности осознания отношения *число — цифра*, лишь четверть детей 6—7 лет осознает и произвольно использует ЗСС. Так, большинство детей затрудняются в установлении связи между знаком и его содержанием по существенным признакам, неверно понимают форму выражения. Лишь часть детей воспринимает знаки как модели, отражающие отношения, принимает их систему как алфавит ЗСС. Только у трети детей проявляется понимание некоторых правил использования знака.

В исследованиях Л. А. Левиновой показано, что треть старших дошкольников готова принять способ обозначения свойств в буквенной форме, может оперировать буквами, цифрами как заместителями предметов при установлении транзитивности. Такие дети в процессе решения ситуации называют предметы по обозначаемым буквам, рисуют способ решения с их использованием; таким образом, у них проявляется более обобщенное абстрактное «видение» отношений предметов по размеру, величине. При этом использование буквенного обозначения является более эффективным, чем вербальное установление отношений порядка (хотя и недостаточно эффективным по сравнению с моделированием условия задачи на предметах). В этом проявляется использование модели как опоры действия.

Применение моделей в данном возрасте способствует *освоению детьми моделирования как способа познания* на основе интериоризации действий с моделями (Л. А. Венгер и др.). Значимо, что дошкольники начинают использовать различные модели в самостоятельной деятельности (рисуют схемы пространства комнаты, улицы в процессе пояснения расположения предметов и пути; моделируют условия арифметических задач на предметах; в играх («Морской бой») используют систему координат и т. п.). Дети успешно применяют предметно-схематические и графические модели в установлении пространственных (планы кукольной комнаты, группы, участка), временных (календарь, часы), количественных (модель «Часть — целое», пособие «Дроби», палочки Кюизенера, построение сотни с опорой на пособие «Сто-счет»). Однако *практические умения моделирования* (анализировать реальность, переводить представления на знаково-символический язык, создавать и преобразовывать модель) недостаточно сформированы у большинства старших дошкольников.

В исследованиях показано эффективное *использование моделей в установлении различного содержания* старшими дошкольниками. Большинство детей 5—7 лет (около 80%) верно устанавливают и дифференцируют пространственные отношения: соотносят план и пространство кукольной комнаты,



осуществляют тщательный анализ пространственной ситуации, ориентируются не только на очертания предметов, но и на отношения между предметами, заместителями. Вместе с тем в ситуации, когда план перевернут на 180° и ребенку необходимо мысленно соотнести модель и пространство комнаты, большая часть старших дошкольников испытывает значительные трудности (Р. И. Говорова (1975)). В исследованиях О.М.Дьяченко (1986) выявлено, что старшие дошкольники верно понимают принцип системы координат: в ситуации запоминания одной из 49 клеток на игровом поле (7 на 7 клеток) при введении образных обозначений (горизонтали и вертикали обозначаются изображением предметов) успешно показывают запоминаемую клетку, используют счет. Н. И. Непомнящей показано, что старшие дошкольники могут успешно осваивать отношение *часть — целое* при наглядном их представлении на модели (илл. 59)

*Форма выражения модели* влияет на особенности ее понимания и использования детьми. Дошкольники успешно осваивают предметные и предметно-схематические модели. Понимание графических моделей сложно даже для старших дошкольников.

На процесс понимания моделей, их применение в деятельности влияет уровень развития познавательных процессов: восприятия («считывание» символов), памяти (запоминание обозначений), мышления и логических операций, воображения (умение кодировать информацию).

### **Методика развития моделирования у детей дошкольного возраста**

Последовательность этапов развития моделирования у детей определяется *соотношением модели и реальности* на разных ступенях освоения знаний. Возможны два подхода:

- развитие представлений начинается с выполнения упражнений со схемами, моделями, так как они опосредуют мыслительную деятельность и выступают основой действий, а затем переходят к познанию собственно объекта (предмета, явления и т. п.). Модели, являясь средством познания, указывают существенные свойства, направляют действия детей (В. В. Давыдов, Б. Д. Эльконин);
- первоначальное осуществление детьми действий с предметами и далее их выполнение с ЗСС (Дж. Брунер, П. Я. Гальперин и др.); обязательное сравнение объектов и их моделей.

Успешность сопоставления реальности и модели зависит и от *вида используемой модели*. Модель должна быть аналогична объекту; четко отражать основные выделяемые признаки; нести элемент обобщения; быть простой для восприятия, построения, использования; быть действенной. С учетом данных требований и возрастных особенностей были разработаны *педагогические виды моделей*: понятийные, сенсорные (по особенностям выражаемого содержания); конкретные, обобщенные, условно символические (по степени обобщения содержания); предметные, предметно-схематические, графические (по форме выражения). В исследованиях Л. А. Венгера приводится несколько иная классификация по степени обобщенности представленного в модели содержания: иконические (основная функция которых состоит в детальном представлении объекта), обобщенные (выражающие общие значимые свойства), символьные (представляющие собой условные изображения и, как правило, передающие более абстрактные отношения и понятия). При выборе модели учитывают возраст детей, содержание осваиваемых знаний, уровень развития познавательных умений, особенности восприятия модели.

Условно *можно выделить этапы*, включающие последовательное развитие умений моделирования: от совершенствования действий замещения — к использованию готовых моделей и далее к опосредованному моделью решению интеллектуальных задач (Л. А. Венгер, 1968). В некоторых образовательных программах и методических разработках выделяют другую последовательность развития моделирования: от повышения интереса к моделированию — к расширению представлений о данном методе и далее к освоению отдельных практических умений (Н. Г. Салмина, 1988). Выделяют также этапы, предусматривающие развитие некоторых умений моделирования и использования модели в ходе освоения усложняющегося содержания. Так, возможна этапность развития моделирования в сочетании с освоением детьми усложняющегося математического содержания: от расширения опыта установления связи *реальность (предмет) — модель* в процессе выделения свойств (форма, размер, цвет и др.) — к развитию практических умений моделирования в процессе установления и измерения различных отношений и далее к активизации самостоятельного и со-вместного со взрослым моделирования в процессе обобщения представлений о свойствах и отношениях (см. таблицу 4)

*возраста*

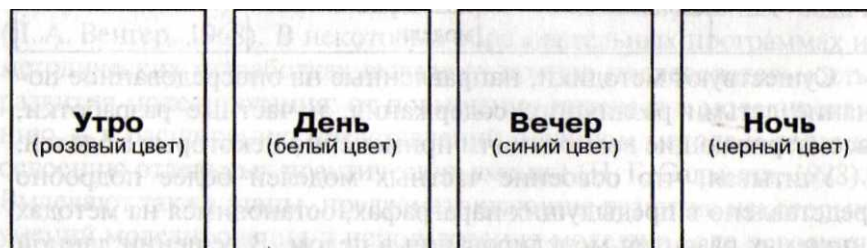
| Автор          | Начальный этап   | Основной этап   | Заключительный этап   |
|----------------|--|---|---|
| Л. А. Венгер   | Совершенствование действий замещения   | Использование готовых моделей   | Опосредованное моделью решение интеллектуальных задач                       |
| Н. Г. Салмина  | Повышение интереса к моделированию   | Расширение представлений о данном методе  | Освоение отдельных практических умений                                      |
| С. А. Лебедева | Развитие умений подбирать модели к предмету  | Использование моделей для группировки   | Самостоятельное создание модели   |
| Н. И. Ветрова  | Формирование действий анализа внешних признаков предметов посредством предметно-схематической модели | Уточнение и расширение знаний детей о системе эталонов и действий обследования посредством использования модели | Формирование обобщенных представлений о признаках и обозначении их в модели |

Существуют методики, направленные на опосредованное познание детьми различного содержания, и частные разработки, рассматривающие возможности применения некоторых моделей.

Учитывая, что освоение частных моделей более подробно представлено в предыдущих параграфах, остановимся на методах и приемах развития моделирования в целом. В решении данной задачи можно условно выделить два взаимосвязанных и *взаимо-обуславливающих направления*: 1) опосредованное освоение детьми содержания, которое определяется логикой познания свойств, отношений, зависимостей; 2) накопление опыта моделирования (который не ограничивается математическими представлениями) и, соответственно, организация процесса моделирования в разных видах деятельности детей. В *младшем возрасте* активно развиваются действия замещения в игровой и продуктивной деятельности, формируется опыт замещения некоторых свойств и отношений. Используются модели сенсорного содержания, сходные по форме и значимым признакам с замещаемым предметом.

Основная задача — развитие умений устанавливать отношение *обозначаемое — обозначающее* и обогащение опыта замещения объектов. Ведущая роль на этом этапе принадлежит взрослому: он демонстрирует способы замещения.

Например, в освоении частей суток используется линейная модель — обозначение четырьмя цветами частей суток (илл. 60). В процессе игры воспитатель, обсуждая с детьми признаки частей суток, предлагает обозначить их «волшебными картинками» («Утром становится все светлее и светлее, солнышко поднимается и освещает все вокруг. Люди говорят: „Рассветает“. Каким цветом можно обозначить утро? Давайте выберем цвет» (из нескольких цветов дети подбирают цвет для обозначения части суток «утро»). Аналогично обсуждается обозначение других частей суток. Затем данные элементы модели сопоставляются с картинками с изображениями частей суток, используются в играх с персонажами («Утро (день, вечер, ночь) медвежонка»), имитирующих типичные действия детей в данные части суток).



Илл. 60

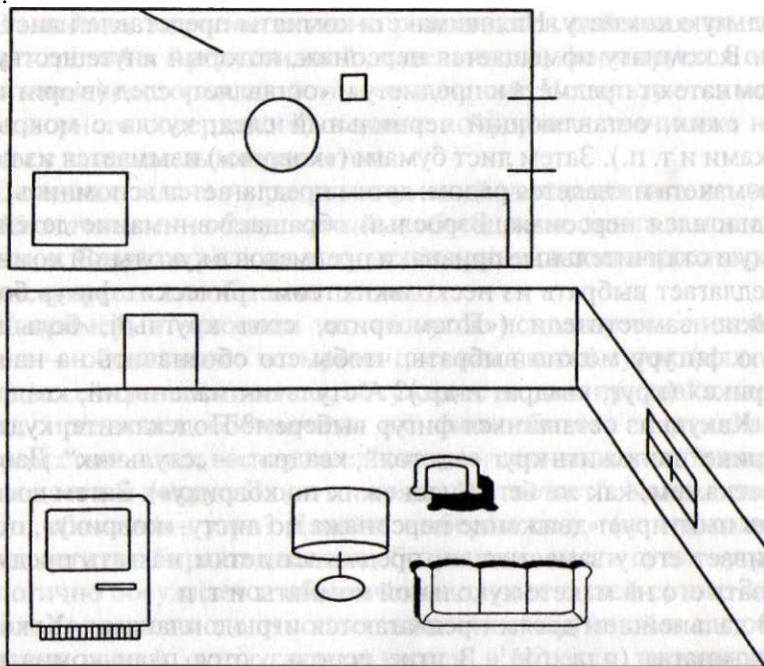
Аналогично проводится демонстрация замещения в процессе установления пространственных отношений (Р. И. Говорова (1975), Т. В. Лаврентьева (1986)). Детям предлагается рассмотреть кукольную

комнату. На дне макета комнаты представлен лист бумаги. В комнату помещается персонаж, который «путешествует» по комнате от предмета к предмету и «оставляет» след (в оригинале — ежик, оставляющий чернильный след; кукла с мокрыми ножками и т. п.). Затем лист бумаги («коврик») изымается из комнаты-макета и кладется рядом; детям предлагается вспомнить, как передвигался персонаж. Взрослый обращает внимание детей на форму и отличительные признаки предметов в кукольной комнате и предлагает выбрать из нескольких геометрических фигур более похожие заместители («Посмотрите, стол круглый, большой. Какую фигуру можно выбрать, чтобы его обозначить на нашем „коврике" (круг, квадрат и др.)? А стульчик маленький, квадратный. Какую из оставшихся фигур выберем? Подскажите, куда на „коврике" положить круг — „стол"; квадрат — „стульчик". Давайте расскажем, как же бегал наш ежик по коврику»). Затем воспитатель имитирует движение персонажа по листу-«коврику», останавливает его у заместителя, предлагает детям назвать предмет, показать его на макете кукольной комнаты и т. п.

В дальнейшем детям предлагаются игры с планами «Кукольная комната» (илл. 61)<sup>1</sup>. В игре используются план комнаты и макет кукольной комнаты с небольшим количеством предметов (4—5 шт.), различающихся размером, формой. Детям рассказывают историю: «Кукла Маша купила новую мебель, но она не знает, как ее лучше расставить в комнате. Медвежонок решил помочь Маше. Он взял лист бумаги и показал, как надо поставить мебель (при предъявлении плана поясняется расположение предметов). Здесь Мишка поставил стол, здесь — шкаф...» Далее ребенку предлагается расставить мебель на макете так, как показано на плане (как «расставил Мишка»). Детям можно предложить рассказать, как они расставили «мебель», показать на плане или макете названные объекты («Что это такое?») (указывают на один из заместителей), «А где на плане стол?» и т. п.).

Широко используются предметные модели, позволяющие моделировать различные отношения: отношения *один — много*

<sup>1</sup> Чего на свете не бывает? Книга для воспитателей детского сада и родителей. / Под ред. О. М. Дьяченко, Е. Л. Агаевой. — М.: Просвещение, 1991.



Илл. 61

(планки-вкладыши «Елочки», «Матрешки» и т. п.); пространственные отношения *иод, на, рядом, около, за* (изображение двора с домиком, деревьями, забором, скамейкой и другими предметами и персонажа (например, котенка), которого можно располагать у данных объектов согласно указаниям).

Таким образом, в младшем возрасте значимым является развитие замещения (ознакомление детей с возможностью обозначения (замещения) некоторого содержания); при этом важно организовать сопоставление объекта и модели (заместителя), обратить внимание детей на их сходство (в данном возрасте — по внешним признакам: размеру, форме, цвету).

В среднем возрасте использование модели целесообразно, так как оно позволяет систематизировать чувственный опыт выделения признаков предметов, выступает средством их самостоятельного познания, способствует развитию умений моделирования. Основной задачей данного возраста является освоение детьми некоторых простых моделей и познание с их помощью свойств и отношений. Модель выступает опорой действий, средством активизации обследования объекта.

В играх с детьми 4—5 лет успешно используются сенсорные и простые понятийные модели (наглядно-образной формы выражения), которые применяются в процессе выделения школьниками свойств, установления различных отношений (графы; модели «Части суток», «Вчера — сегодня — завтра»; планы пространства помещения; схемы сложения построек; геометрические фигуры как модели формы; сенсорные модели с обозначением свойств для рассматривания и описания предметов, символы для группировки объектов по заданным в модели признакам и др.).

Развитию умений использовать модель для освоения разнообразных свойств и отношений в процессе рассматривания, описания, сравнения предметов способствует организация проблемно-игровых ситуаций, упражнений, игр («Составь картинку», «Отгадки»), включающих рассматривание предметов по сенсорной модели. Детям предлагается составить описание предмета с помощью карточек-символов, рассказать о предмете с опорой на последовательность заданных символов и т. п. (илл. 62). Используются предметно-схематические модели, отражающие различные свойства. Модель выступает образцом, в котором задана последовательность обследования предмета, и опорой для выделения значимых свойств. Варьирование числа предметов (6—7 шт.) и содержания обозначений в них (форма, размер, количество, характер поверхности, прочность, упругость, прозрачность и др.) позволяет избежать формирования стереотипных умений использования моделей.

#### Для логических

| Свойство | Обозначение  |
|----------|--|
| Цвет     | Цветные «кляксы»: красная, желтая, синяя                         |
| Форма    | Геометрические фигуры: квадрат, прямоугольник, треугольник, круг |
| Размер   | Большой дом — маленький дом                                      |
| Толщина  | «Толстый» и «тонкий» человек                                     |

#### Для сенсорных моделей

| Свойство                                      | Обозначение  |
|---|--|
| Цвет — одноцветный, многоцветный              | Одноцветное и разноцветное пятно                                   |
| Форма   | Квадрат, круг, треугольник, прямоугольник                          |
| Количество: один — много                      | Одна ягода — много ягод  |
| Поверхность: гладкая — шероховатая            | Гладкая полоска — шероховатая полоска                              |
| Сухость: мокрая — сухая                       | Капля — капля перечеркнута   |
| Запах: пахнет — не пахнет                     | Флакон духов — флакон перечеркнут                                  |
| Прозрачность: прозрачный — непрозрачный       | Бутыль не прозрачная — прозрачная                                  |
| Прочность: прочный — хрупкий                  | Кирпич — яйцо  |
| Твердость: твердый — мягкий                   | Орех — подушка   |
| Структура: не имеет элементов, имеет элементы | Контурное изображение машины — детализированное изображение машины |

Илл. 62

Дети осваивают простые модели и используют их в установлении различных отношений. Традиционно используются игры с ориентировкой на плане («Куда залетела пчела?», «Кукла Маша купила пианино», «Найди игрушку»)<sup>1</sup>. Для отображения пространственных отношений используются планы пространства кукольной комнаты и ограниченного пространства игровой комнаты с 4—6 заместителями, сходными по форме с замещаемыми предметами, а также модели, представляющие отношения между предметами, представленными на рисунке и т. п.

Усложнение данных игр (по сравнению с играми для младшего возраста) включает:

- увеличение количества замещаемых предметов (до 6—8-ми, при этом некоторые заместители могут быть одинаковой формы, но разного размера);
- варьирование сопоставления модели и объекта (анализ либо плана, либо кукольной комнаты в сопоставлении с планом);

<sup>1</sup> Чего на свете не бывает? Книга для воспитателей детского сада и родителей / Под ред. О. М. Дьяченко, Е. Л. Агаевой. — М.: Провесение, 1991.



- изменения масштаба плана и отражение на нем сначала кукольной комнаты и затем части групповой комнаты;
- изменение сложности задания (воспроизведение расстановки мебели в комнате по представленному плану; составление плана по макету кукольной комнаты; обозначение на плане задуманного предмета одним ребенком и определение данного предмета на макете — другим и т. п.).

С целью *развития умений моделирования* возможно использование следующих игр и упражнений.

- Для совершенствования умений сопоставлять реальность и модель организуют упражнения и игры, стимулирующие сравнение объектов с их моделями («Тени», «Где чей контур?»), в которых детям предлагается соотнести силуэтное изображение и предмет.
- Сравнение изображения предмета и контурного образца осуществляют в играх «Танграм», «Сложи узор». Внимание детей обращается на сходство и различие модели (образца) и предмета (в модели более обобщенно, без деталей, схематично обозначены основные структурные элементы; но представлены те элементы, которые есть в предмете); на функции модели (опора действий).

В ходе конструирования возможно сопоставление схемы объекта и постройки: для организации сравнения используются постройка (например, крепость) и две схемы (адекватная и «провокационная» — с некоторыми сходными, но и яркими отличительными признаками). Детям предлагается внимательно рассмотреть схемы, назвать некоторые детали, показать на схеме и постройке заданные элементы (крыша, ворота и т. п.).

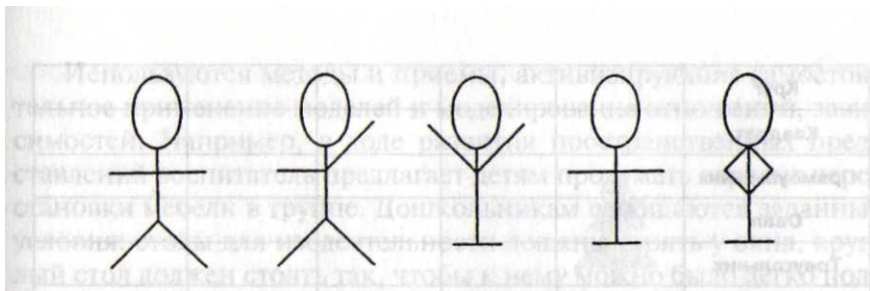
Развитие умений моделирования (анализирование, сравнение, обследование объекта и модели, следование правилам моделирования, выбор адекватных заместителей) возможно в процессе следующих игр:

- «Подбери к слову знак»;
- «Выбери знак к предмету» (подбор символа к группам предметов (игрушки, еда, одежда, растения, животные и т. п.));
- «Один рассказ в разных картинках» (сравнение детализированной и более графической моделей, одинаковых по содержанию);
- упражнения, включающие сравнение различных по форме выражения моделей; обсуждение вопроса «Можно ли обозначить размер (цвет, форму) определенным знаком (деревом, лампой, кругом)?»; создание провокационных ситуаций с последующим обсуждением некоторых правил обозначения; данное обсуждение может проводиться после предварительного рассматривания предметов — заместителей персонажей сказок, когда детям будет проще выделить необходимость следования некоторым правилам моделирования («В сказке „Волк и три поросенка" какого персонажа можно заместить прямоугольником, а каких персонажей — кругами? Почему именно так? Придумайте, какие из геометрических фигур могут быть персонажами сказки „Маша и медведи"»). Продолжается развитие умения декодировать изображения,

«читать» модели, схемы, применять их в деятельности. С этой целью используются игры:

- «Делаем зарядку», «Пляшущие человечки»<sup>1</sup> (выполнение движений по схематическим рисункам) (илл. 63).
- «О чем рассказывает картинка?» (декодирование изображений, представленных в сенсорной модели (название предмета), или составление рассказа на основе двух-трех схематических сюжетных рисунков).

Развитие практических умений моделирования в процессе установления отношений между предметами осуществляется в ходе упражнений, предусматривающих переход от выделения и обозначения отношений к практическому моделированию пространственных отношений заместителями («Волшебные фотографии», «Необычный компьютер» и т. п.). Например, в игре-упражнении «Волшебные фотографии», основная игровая задача которой — выделение пространственных отношений между объектами, ребенку предлагается изображение нескольких предметов на кар



Илл. 63. Модель «Пляшущие человечки» (Л. А. Венгер)

тинке и две модели (расположение данных предметов, выраженных заместителями (разными по размеру прямоугольниками)). Одна модель — с адекватным расположением заместителей предметов на картинке. Другая не соответствует пространственному расположению предметов относительно друг друга. Ребенку необходимо сопоставить картинку и модели. Игра-упражнение «Необычный компьютер» включает воспроизведение посредством модели заданного размерного соотношения. Ребенку предлагается воспроизвести определенное, заданное размерное соотношение между двумя предметами (например, елками). Используется набор предметов (елок) разного размера и модель «Экран», представляющая собой систему координат (илл. 64), где на одной оси — обозначения цветов, а на другой — предметы. Ребенок выбирает задуманное соотношение предметов, подбирая предмет по заданным параметрам (например, елка должна быть шириной в один столбец (красный цвет), высотой — до символа «квадрат»).

Дети 4—5 лет осваивают более обобщенные модели в их различных функциях (средства выражения, измерения отношений); используют варианты мерок, заместителей; совместно со взрослым изготавливают шкалы проявления свойств (шкалы прозрачности, шероховатости); экспериментируют с моделями («Измерим колкость иголок ежика шкалой шероховатости», «Чистые ли окна в группе? (шкала прозрачности)» и др.).

Для старшего дошкольного возраста характерно освоение различного вида моделей (преимущественно понятийного содержания, графических — по форме выражения), а также познание элементов знаково-символических систем (система нумерации),

|               |              |            |             |              |                 |
|---------------|--------------|------------|-------------|--------------|-----------------|
| Круг          |              |            |             |              |                 |
| Квадрат       |              |            |             |              |                 |
| Прямоугольник |              |            |             |              |                 |
| Овал          |              |            |             |              |                 |
| Треугольник   |              |            |             |              |                 |
|               | Красный цвет | Синий цвет | Желтый цвет | Зеленый цвет | Коричневый цвет |

**Задача:** из предложенных ниже изображений необходимо выбрать заданное размерное соотношение.



Илл. 64. Модель для определения размера предметов (по двум протяженностям). Средство «измерения» размеров плоских предметов

стремление понять правила построения системы геометрических фигур, систем и мер величин (мер измерения размера, пространства, массы, объема и т. п.). Основной задачей данного возраста является развитие самостоятельного опосредованного познания свойств и отношений и повышение осознания семиотической функции.

Используются графические и знаковые модели, такие как календарь года, счеты, модель «Часть — целое» Н. И. Непомнящей, круги Эйлера—Венна, классификационные деревья. Усложняется и задача по развитию моделирования, предполагающая становление умений вносить изменения в освоённые

модели и создавать (составлять) модели (чертить планы пространства комнаты, участка; основы для игры «Морской бой» и т. п.).

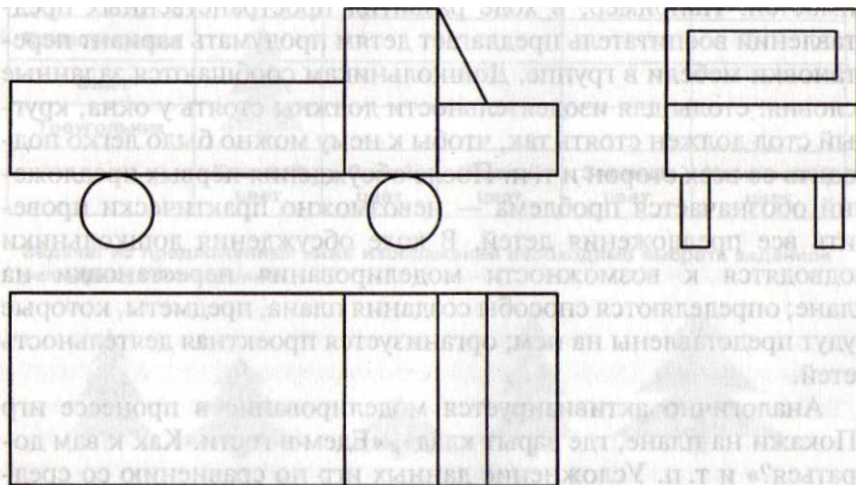
Старшие дошкольники осваивают использование модели как опоры действий для выделения и удерживания основания группировки предметов и установления связей, и в результате этого моделирование становится способом познания (Л. А. Венгер).

Используются методы и приемы, активизирующие самостоятельное применение моделей и моделирование отношений, зависимостей. Например, в ходе развития пространственных представлений воспитатель предлагает детям продумать вариант перестановки мебели в группе. Дошкольникам сообщаются заданные условия: столы для изобразительности должны стоять у окна, круглый стол должен стоять так, чтобы к нему можно было легко подходить со всех сторон и т. п. После обсуждения первых предложений обозначается проблема — невозможно практически проверить все предложения детей. В ходе обсуждения дошкольники подводятся к возможности моделирования перестановки на плане; определяются способы создания плана, предметы, которые будут представлены на нем; организуется проектная деятельность детей.

Аналогично активизируется моделирование в процессе игр «Покажи на плане, где зарыт клад», «Едем в гости. Как к вам добраться?» и т. п. Усложнение данных игр по сравнению со средним возрастом включает:

- увеличение количества замещаемых предметов (до 6 и более, при этом некоторые заместители могут быть одинаковой формы и размера);
- варьирование сопоставления модели и объекта (анализ плана или кукольной комнаты в сопоставлении с планом);
- изменения масштаба плана;
- изменение соотношения плана и пространства комнаты (сначала соотношение плана и объекта на основании расположения значимых объектов (дверь, окна); затем используется план, перевернутый на 180°);
- изменение сложности задания (воспроизведение расстановки мебели в комнате по представленному плану; составление плана по макету кукольной комнаты; обозначение на плане задуманного предмета одним ребенком и определение данного предмета на макете — другим; осуществление движения в пространстве согласно представленному на плане маршруту; внесение изменений в план согласно условию и т. п.).

В ходе конструирования возможно использование игр и упражнений, способствующих выделению пространственных свойств деталей, — рисование схем построек (их структуры и видов «спереди», «сверху», «сбоку») (илл. 65).



Илл. 65. Модель машины в трех проекциях (вид сбоку, спереди и сверху)

В процессе освоения временных отношений старшие дошкольники активно используют календарь года, объемную модель частей суток, модель часов и т. п. Например, после ознакомления с календарем можно организовать игры и обсуждения: «Сколько месяцев (дней) осталось до Нового года? Дня рождения?», «Посчитай, сколько дней рождения детей будет до Нового года», «Сколько дней в каждом месяце?», «Есть ли в этом году 29-е февраля?» и т. п. Календарь позволяет наглядно и схематизировано представить иерархию временных отрезков и активизировать детскую деятельность по установлению временных отношений. Старшие дошкольники привлекаются к изготовлению моделей: приклеивают

цветные секторы — обозначения дней недели; придумывают символы — обозначения событий «жизни группы» на календаре-ватмане и т. п. Пониманию обобщенности данных моделей способствует сравнение различных календарей (отрывных, настенных с муфтой, карманных и т. п.): при различной форме представления информации не изменяется содержание, т. е. представленные временные эталоны.

В процессе усвоения количественных отношений и представлений о числе организуются игры и упражнения с различными эквивалентами, наглядными моделями («Домики чисел» с целью освоение состава числа), «Дробь» М. Монтессори, палочки Кюи-зенера, доски-дюймовки Е. И. Тихеевой и т. п.); с моделями «Математический завиток» (илл. 66), «Числовой луч» и т. п.



Илл. 66. Модель «Математический завиток» (Ф. Папи)

Модель также используется в данном возрасте для развития обобщения, умений выделять существенные свойства. При упорядочивании и группировке предметов по различным свойствам модель выступает основой для выделения характеристического свойства и его удерживания — традиционно это символичные изображения разных свойств (например, схемы-символы к блокам Дьенеша, палочкам Кюизенера и т. п.) Дошкольники научаются использовать данные модели, символы в процессе выполнения задания: придумывают способы обозначения свойств; в играх с двумя-тремя обручами ориентируются на карточки-подсказки. В данном возрасте проводятся игры типа «Общее свойство», «Похожи — не похожи». Усложнение содержания состоит:

- в изменении действий с моделью (от использования готовой модели — к частичному ее воспроизведению, к действиям без опоры на модель);
- в изменении обследуемого материала (от группировки и упорядочивания абстрактного материала по одному из свойств — к деятельности в ситуации «фильтрации» свойств и применения «жизненного» материала).

В процессе решения простых логических задач модель позволяет абстрагировать значимые отношения, наглядно их представить. Используются игры и упражнения, позволяющие устанавливать родо-видовые отношения посредством кругов Эйлера— Венна (5—6 лет) и классификационных деревьев (6—7 лет). Например, в упражнении «Нарисуй кругами» моделируются родо-видовые отношения (транспорт: водный, наземный и т.п.; растения: травянистые, кустарниковые, древесные; фигуры: без углов — с углами и т. п.).

Создаются ситуации, требующие воссоздания и дополнения детьми освоенных моделей. Например, в игре «Разместим жильцов на этажах» возможно создание модели-схемы дома с несколькими этажами и использование заместителей-«жильцов» для моделирования условия задачи; в ситуации «Какая кошка сидит выше?» используются модель-схема «дерева» и заместители «кошек»; в ситуации «Кто из детей самый высокий, если...» применяются полосы разной высоты для моделирования отношений; в ситуации «Как посадить три цветка у треугольной башни, чтобы у каждой стены росло по два?» используются модель башни — треугольник и фишки — заместители цветков. Дошкольники моделируют условие на предметах (элементах модели) и «перебирают» варианты решения.

Для успешного использования моделей в данном возрасте необходима организация игр и упражнений, способствующих *повышению понимания детьми семиотической функции и развитию умений моделирования*:

- игры и упражнения, способствующие развитию замещения и декодирования символов: «Придумай, как с этим можно поиграть?», «Подбери знак-символ к предмету, явлению» (зоопарк, театр кукол, булочная, солнечная погода, сильный снег, многоугольники, утро — день — вечер — ночь и т. п.); «Составим рассказ по волшебным картинкам» (декодирование изображений некоторых эпизодов рассказа, сказки); «Рисунок для другого» (разработки Е. В. Филипповой, Е. А. Бугрименко (1975); ребенку предлагается нарисовать символы-подсказки для запоминания слов для детей другой группы, используя правила означения) и др. Так, в игре «Разложи картинку» де предмета); «Секреты»<sup>1</sup> (рисование плана пространства и обозначение на нем загаданного места или предмета); «Составим план комнаты с помощью необычных фигур» (используются более условные заместители, например круги разного размера; ребенок вынужден ориентироваться на пространственные отношения, а не на форму заместителя);
- проблемные ситуации, способствующие пониманию некоторых правил моделирования, освоению семиотической функции



(правила обозначений, условность знака, возможность представления информации в разной форме, схематичность и т. п.). Следует отметить, что познание элементов знаково-символических систем проводится на *ознакомительном уровне* и включает развитие интереса к овладению ими в более старшем возрасте.

«Заданность» содержания модели может привести к шаблонности представлений. Например, наблюдается отсутствие попыток установить отношения без модели (своеобразное «ожидание» применения модели), переключение на игру с ней. Данные проявления *преодолимы за счет* варьирования содержания модели и игр с нею, создания разнообразной мотивации ее применения, организации различных форм детской деятельности (совместных со взрослым игр, упражнений с использованием модели, развивающих ситуаций, самостоятельной деятельности в условиях насыщенной моделями и объектами предметной среды), использования дополнительных приемов (обязательное применение модели и предмета, их «пошаговый» анализ и сопоставление, создание промежуточных, более конкретных и наглядных моделей, различных по форме выражения и содержанию).

**Преимуществами использования модели в познании** дошкольниками являются: возможность формирования как представлений, так и действий моделирования, развитие интереса к познанию; представление информации в наглядной, схематизированной форме, облегчающей ее переработку; возможность организации практических действий с ее элементами (что соответствует доминированию наглядно-действенного, наглядно-образного мышления в дошкольном детстве); применение модели в ходе освоения различного содержания, а следовательно, формирование

#### *Литература*

1. Венгер Л. А. Овладение опосредованным решением познавательных задач и развитие когнитивных способностей детей // Вопросы психологии, 1983.— №2.
2. Вербенец А. М. Освоение свойств и отношений предметов детьми пятого года жизни посредством моделирования // Методические советы к программе «Детство». — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2007.
3. Возрастные особенности развития познавательных способностей в дошкольном детстве / Под ред. Л. А. Венгера.— М.: АПН СССР, 1986.
4. Лаврентьева Т. В. Формирование способности к наглядному моделированию при ознакомлении с пространственными отношениями // Развитие познавательных способностей в процессе дошкольного воспитания. — М.: Педагогика, 1986.
5. Лебедева С. А. Развитие познавательной деятельности дошкольника на основе схематизации // Вопросы психологии, 1997, №5.
6. Педагогическая диагностика по программе «Развитие». Рекомендации и материалы к проведению: старший дошкольный возраст. — М.: «Изд-во ГНОМ и Д», 2000.
7. Развитие: Программа нового поколения для дошкольных образовательных учреждений. Старшая группа / Под ред. О. М. Дьяченко.- М.: «Изд-во ГНОМ и Д», 2000.
8. Сапогова Е. Е. Ребенок и знак: психологический анализ знаково-символической деятельности дошкольников. — Тула: При-окское кн. изд., 1993.

#### *Вопросы и задания для самоконтроля*

- © Раскройте основные положения концепции Л. А. Венгера и проиллюстрируйте их играми, упражнениями с использованием моделей.
- © Выделите линии усложнения опыта опосредованного познания дошкольниками свойств и отношений.
- © Сформулируйте задачи по развитию опосредованного познания свойств и отношений в дошкольном возрасте.
- © Обобщите требования к использованию моделей в каждой возрастной группе.
- © Определите критерии для анализа развития моделирования в старшей группе ДОУ.

## Реализация идеи интеграции в логико-математическом развитии дошкольников

Интеграция (лат. *integraio* — восстановление, восполнение; целый) понимается как сочетание и взаимообогащение некоторого содержания за счет качественных изменений связей между содержательными разделами; состояние связывания отдельных дифференцированных частей и функциональных систем в целое, а также процесс, ведущий к такому состоянию.

*Относительно дошкольного возраста идея интеграции содержательных разделов и деятельности основана на:*

- Необходимости целостного «видения» и осуществления развития детей;
- интегрированное представлений детей о мире;

Использование интеграции позволяет: активизировать интерес дошкольников к осваиваемой проблеме и к познанию в целом; способствует обобщению и системности знаний и комплексному решению проблем;

В основе возможностей интеграции логико-математического развития с другими направлениями развития дошкольников (физическое, социально-личностное, познавательно-речевое (речевое, экологическое), художественно-эстетическое) лежат *следующие идеи.*

- В раннем и дошкольном возрасте начальное освоение математических представлений основано на тактильно-двигательном способе познания (формировании обследовательских действий, накопления опыта разнообразных ощущений и развития восприятия). Данный опыт приобретает в разнообразных деятельности (первоначально — предметных, позже — продуктивных (рисование, лепка, конструирование, труд и т. п.)), которые как бы обогащают друг друга.
- Математические представления и умения являются своеобразным «инструментарием» (средствами и способами познания), необходимым для освоения мира и действия в нем (определить размер; сравнить, подобрать по размеру; осуществить покупку и т. п.). Их применение в разнообразных познавательных и практических ситуациях (игре, экспериментировании, физической, продуктивной, речевой, музыкальной деятельности и т. п.) показывает их ценность и тем самым создает мотивацию к их освоению.

В логико-математическом развитии дошкольников идеи интеграции представлены в *попытке объединения нескольких разделов содержания* (своеобразная «внутридисциплинарная интеграция»).

Например, освоение дошкольниками формы, размерных отношений и пространства интегрировано, что соответствует как возрастным возможностям детей, так и специфике самих математических категорий (взаимосвязь размерных и пространственных показателей). С этой целью разрабатывались познавательно-игровые пособия, ориентированные на обогащение опыта интегрированного освоения дошкольниками представлений и умений. Яркими примерами являются пособия «Дары» Ф. Фребеля, «Доска-дюймовка» Е. И. Тихеевой, игры с лучинами и на плоскостное моделирование, серия игр «Кубики для всех», «Прозрачный квадрат», разнообразные конструкторы (например, «Лего» и др.).

В процессе конструирования построек (домов, улиц и т. п.) дети осваивают пространственное расположение деталей на плоскости и в трехмерном пространстве, пространственные отношения между ними; определяют размерное соотношение всей постройки и ее элементов, а также количество недостающих элементов устанавливают отношение *часть — целое* при объединении деталей и т. п. Осваиваемые представления через необходимую дифференциацию представляются детям интегрированно (целостно и взаимосвязано), через практические действия и в форме игры. Приобретенный опыт качественно отличается от «обычного» раздельного познания данных свойств и отношений: ребенком осваиваются взаимосвязи свойств и отношений, их преобразования, а не отдельные представления и умения (различение, называние и обследование).

Еще одним ярким примером интеграции разделов содержания является переосмысление логики и методических приемов освоения представлений о количестве, числе. Число используется для характеристики различных свойств и отношений (им определяется количество углов, сторон, вершин; осуществляется оценка размера, массы, пространственных и временных отношений; число является итогом счета и измерения). Согласно теории В. В. Давыдова, П. Я. Гальперина, Л. С. Георгиева, для формирования более обобщенного представления о числе необходимо осуществление не только пересчета дискретных множеств (что было представлено в традиционных разработках 30—60-х гг. XX в. в области математического развития дошкольников), но и измерения веществ.

Условно можно также выделить несколько направлений *интеграции логико-математического развития дошкольников с другими направлениями их развития* (своеобразная «междисциплинарная интеграция»).

Существуют образовательные программы, основанные на принципе интеграции, а также разработки конкретных методов и приемов, ориентированных на данную задачу.

Например, в рамках образовательной программы «Радуга» в процессе освоения математического содержания предусматривается обогащение представлений детей об окружающей действительности за счет использования элементов географической, астрономической, экономической, художественно-эстетической, социально-нравственной направленности. Математические представления и действия выступают при этом средством освоения мира, «инструментом» познания.

На доступных примерах показана взаимосвязь математических категорий, событий и явлений мира (как бы «математика в окружающей действительности», математика в сочетании с эстетическими, познавательными, эмоционально-образными ценностными моментами). Например, детям предстоит «поиск явлений (физических, химических, биологических, эстетических, социальных), в которых проявляет себя данное свойство или отношение». Так, дошкольники в процессе освоения числа 1 обсуждают, что в единственном числе встречаются Земля, солнце, мама, каждый из нас, произведения искусства и т. п.; при изучении числа 4 — четыре части суток, четыре сезона, четыре части света, четыре угла у квадрата и прямоугольника, четыре конечности у животного и т. п. Содержание различной направленности как бы группируется по заданной категории (например, по числу) и насыщается в том числе мифологической информацией.

Значимо, что идея интеграции реализуется и посредством сочетания познавательной, творческой и игровой деятельности детей. Например, предполагается «поиск „явлений" свойства в предметном мире, в природе и искусстве»; организация изобразительной деятельности, в которой отражаются впечатления детей от освоенного; ознакомление с представленностью данной категории в различных видах искусства (ритм в музыке, движении, декоративном искусстве, литературе).

Помимо интеграции содержания, реализация данного раздела включает также использование методов и приемов, обеспечивающих его эмоционально-образное представление (театрализации математической направленности, использование необычных приемов (например, в процессе наблюдения горения свечей осваивается состав числа и т. п.)).

В ряде разработок и исследований выделены возможности интеграции логико-математического и познавательно-речевого развития дошкольников, и в частности логико-математического и экологического развития.

Например, изменения в природе диктуют разделение суток на четыре части (утро — день — вечер — ночь), сезоны, цикличность (год). Богатство природных объектов создает условия для эффективного освоения многообразия форм, размеров, пропорциональных соотношений, симметрии и асимметрии и т. п. (листья, лепестки цветов, плоды разных форм и размеров; симметричное — асимметричное расположение побегов и т. п.).

*Вариантом интеграции* содержания может являться организация:

- исследовательских и информационных детских игр-проектов, например «Большие и маленькие в природе» (обсуждение разнообразия размеров растений, животных в аспекте связи со средой их обитания, жизнедеятельностью и т. п.);
- использование природного материала (листьев, шишек, плодов) в процессе упражнений и игр на группировку, сортировку, упорядочивание (по типу игр с обручами), в которых сочетаются освоение логических операций, действий с множествами (математический аспект) и освоение особенностей данных природных материалов (различия видовые, размерные, цветовые и т. п. (экологический аспект)).

#### **Логико-математическое и экономическое развитие дошкольников**

Идея интеграции основана на том, что в процессе освоения экономических представлений «востребованы» разнообразные математические действия (счет, измерение, вычисление); также создаются проблемные ситуации, для решения которых дети стремятся устанавливать разнообразные отношения (количественные, размерные и т. п.), анализировать условие, рассуждать. Идеи данной интеграции были представлены в работах Е. И. Тихеевой, А. М. Леушиной, А. А. Смоленцевой и др.

*Методами и приемами*, традиционно используемыми в практике детского сада, являются:

- ознакомление детей с денежными единицами (как правило, монетами различного достоинства) и использование их в ролевых играх типа «Магазин», что создает условия для освоения дошкольниками вычислительных действий;
- организация опыта экспериментирования с различными веществами (переливание, пересыпание, измерение, установление отношения *часть — целое*, взвешивание, сравнение по размеру, объему и т. п.) в процессе сюжетно-ролевых игр или освоения «кулинарии» (заварка чая (определение количества воды), замешивание теста, выпечка пирожных (какая формочка поместится большее число раз на пласте теста); деление торта на определенное число гостей (установление зависимости) и т. п.).

- использование сюжетно-ролевых игр, например игры «Супермаркет» (другие варианты — «Портняжная мастерская», «Ателье», «На кухне»), в которой представлены разные отделы супермаркета: бакалея, кондитерские изделия, отдел овощей и фруктов и т. п. Детям предлагается распределить отделы, определить количество товара, провести сортировку по заданному признаку (форме, размеру и т. п.), осуществить взвешивание, завертывание и т. п. Используются касса, монеты и т. п. В процессе игры обогащаются и экономические представления (приход, расход, бюджет и т. п.), и математические представления и умения.

#### **Логико-математическое развитие и освоение краеведческих представлений дошкольниками**

В ряде методических разработок предусматривается «насыщение» процесса освоения краеведческих представлений математическим содержанием; математические действия и представления являются своеобразным инструментом, помогающим уточнить знания о достопримечательностях города. Например, детям предстоит решить логические задачи на поиск лишнего, арифметические задачи, содержательной стороной которых являются некоторые интересные факты из истории и культуры города; осуществить решение примеров и через соотнесение ответа (числа) и буквы — узнать названия рек; решить ребусы, загадки о городе, в которых используются математические данные и т. п. (З. А. Серова. Знакомлюсь с математикой. Пособие для подготовки детей к школе, 2000; Петербургский задачник для малышей, 2003).

В практике детских садов возможна интеграция в форме организаций следующих детских исследовательских и информационных игр-проектов.

- «Архитектура города» (включает освоение размерных отношений, формы, пропорции, симметрии — асимметрии в архитектуре и математике; осуществление счета (колонн, этажей зданий); установление связей между этажами, размерами домов)).
- Организация экскурсий в город, в процессе которых предстоит найти (заметить) необычное по форме (размеру, числу); найти объекты, которых где-то находится по 2 (3—5). Например, можно предложить упражнение: «Где спряталось число 2 (3, 4, 5)?» (возможные ответы: два памятника у Казанского собора, два крыла у Ангела — символа Петербурга, две Ростральные колонны, две колонны у здания, два одинаковых постамента, двойняшки в коляске, двойка на номере у машины). Другой пример: «Найти объекты необычного (оригинального, интересного) размера» (высокий шпиль, длинный балкон, высокий пешеход, длинная машина — лимузин); редкой формы (постамент памятника необычной формы, круглое окно под крышей старинного дома, зигзагообразная клумба). Результаты обсуждения можно записывать, зарисовывать в альбоме «Путешествия по любимому городу».

#### **Логико-математическое и речевое развитие дошкольников**

Используются разнообразные *литературные средства* (сказки, истории, стихотворения, пословицы, поговорки). Это своего рода интеграция художественного слова и математического содержания. В художественных произведениях в образной, яркой, эмоционально насыщенной форме представлены некоторое познавательное содержание, «интрига», новые (незнакомые) математические термины (например, тридевятое царство, косая сажень в плечах и т. п.). Данная форма представления очень «созвучна» возрастным возможностям дошкольников.

Широко используются сказки и рассказы, в которых сюжет часто построен на основе некоторого свойства или отношения (например, сюжет «Маша и медведи», в котором смоделированы размерные отношения — серия из трех элементов; сказки по типу «гномы и великаны» («Мальчик-с-пальчик» Ш. Перро, «Дюймовочка» Г.Х.Андерсена); истории, моделирующие некоторые математические отношения и зависимости (Г. Остер «Как измеряли удава», Э. Успенский «Бизнес крокодила Гены» и т. п.). Сюжет, образы персонажей, «мелодика» языка произведения (художественный аспект) и «математическая интрига» представляют собой единое целое.

В *дидактических целях* часто используются произведения, в названии которых присутствуют указания на числа (например, «Двенадцать месяцев», «Волк и семеро козлят», «Три поросенка» и т. п.). В качестве приема применяются специально сочиненные для дошкольников стихотворения, например С. Маршака «Веселый счет», Т.Ахмадовой «Урок счета», И.Токмаковой «Сколько?»; стихотворения Э. Гайлан, Г. Виеру, А. Кодырова и др. Данные описания цифр, фигур способствуют формированию яркого образа, быстро запоминаются детьми.

Используется интеграция *на уровне речевого творчества*:

— сочинение историй, в которых рассказывается о цифрах, формах. Интрига рассказа может строиться в аспекте изменения размера, массы, формы предмета; предусматривается применение счета, измерения, взвешивания для решения коллизии сюжета;

— сочинение математических загадок, пословиц, для чего требуется выделить существенные свойства предмета (проанализировать форму, размер, назначение) и представить их в образной форме.

### **Логико-математическое и физическое развитие дошкольников**

В результате исследований было доказано, что освоение систем отсчета в пространственных ориентировках связано с изменением опыта движений у дошкольников. Освоение «пространства — карты» и «пространства — движения», различение правой и левой рук, основных направлений, дифференцированное восприятие расположения предметов в пространстве основаны на опыте передвижения и движений.

В данном аспекте интегративную направленность имеют некоторые игры и упражнения, традиционно используемые в педагогическом процессе:

- составление планов пространства игрушечной и групповой комнат и осуществление ориентировки по ним (определение расположения спрятанного предмета, движение по заданному маршруту и т. п.);
- освоение временных интервалов и некоторых показателей (например, скорости (быстрее — медленнее)) в процессе наблюдения и участия в соревнованиях (бег, прыжки и т. п.); использование секундомера и обсуждение временных эталонов; определение удаленности (дальше — ближе), расчет длины маршрута и т. п.;
- упражнения, обеспечивающие накопление тактильно-двигательного опыта, необходимого для освоения счета, измерения (счет движений, выполняемых ребенком);
- игры типа «Пляшущие человечки» (Л. А. Венгер), предусматривающие декодирование схемы и воспроизведение заданного движения или кодирование, схематичную запись придуманной интересной позы.

### **Логико-математическое и художественно-эстетическое развитие дошкольников**

*Вариантом интеграции* художественно-эстетического и математического содержания может являться организация следующих видов деятельности.

- Проектная деятельность по теме «Математика в искусстве» (с обсуждением правил симметрии и асимметрии в искусстве и математике; передачи формы, пространства в произведениях искусства; многообразия форм в окружающем мире и способов их передачи в рисунке, лепной работе; способов передачи перспективы, отражения и т. п.). Более частными вариантами таких проектов могут являться темы «Путешествие Линии и Точки в стране искусства и математики» (предусматривает изучение различных видов линий, образование форм и использование линии (рисунка) в создании художественного образа для передачи настроения, отношения и т. п.); «Загадочная Форма» (в искусстве и математике), «Где же спряталось Пространство?» (в математике и искусстве) и т. п. При реализации данного направления следует учитывать принцип этичности в трактовке художественных образов и избегать ситуации «разрушения» целостного впечатления от произведения искусства (которое может произойти в результате привнесения логико-математической информации).
- Коллективная игра-конструирование по теме «Город» (варианты: «Улица», «Музей» и т. п.), предполагающая совместное обсуждение с детьми макета построения города и обыгрывание результата. Придумывание макета Красивого города (составление плана города, рисование схемы), планирование улиц, домов; создание схем постройки различных зданий с учетом функционального назначения и эстетических показателей; определение размеров домов, длин улиц. В процессе конструирования внимание детей направляется на размерные свойства, форму, проявление симметрии или асимметрии и т. п. В дальнейшем возможно составление карты уже построенного города с условным обозначением символами достопримечательностей (т. е. осуществление операции кодирования).

### **Логико-математическое и социально-личностное развитие дошкольников**

*Вариантом такой интеграции* в сочетании с тематическим принципом является также организация освоения детьми содержания по темам социальной направленности, в которых обогащается логико-математический опыт. Например, тема «Мы в детском саду» предусматривает освоение детьми нескольких разделов («Кто такие „мы"», «Наши дома, снаружи и внутри», «Правила, действующие в детском саду и семье»), в содержании которых интегрированы три направления: социальное, естественнонаучное и логико-математическое. В логико-математическом аспекте предусматривается освоение временных и количественных характеристик и зависимостей (количество родственников, возраст членов семьи, различия в росте детей и родителей, изменения во времени и т. п.), логических связей, отношений и зависимостей; различных средств и способов познания (эталонов, моделей, цифр и т. п.). Проводится обсуждение того, как меняются со временем сам ребенок, его близкие, домашние растения и животные; кто в семье старший (младший); организуется решение и составление арифметических и логических задач, в сюжетах которых используются факты из жизни семьи (обобщение *родители — дети, родственники, сестры — братья* и т. п.).

## Резюме

®\* Для современных подходов к процессу логико-математического развития дошкольников характерно использование идей интеграции как на уровне объединения содержательных разделов, так и на уровне установления связей между различными направлениями развития детей. Использование идей интеграции обеспечивает развитие более обобщенных и системных математических представлений и умений.

Реализация интеграции возможна за счет объединения (взаимообогащения) некоторых содержательных разделов; использования специально разработанных на данных идеях пособий; конструирования форм организации детской деятельности; применения методов и приемов, ориентированных на интегративный подход.

## Литература

1. *Аранова С. В.* Обучение изобразительному искусству. Интеграция художественного и логического. — СПб.: Каро, 2004.

2. *Доронова Т. Н., Гербова В. В., Гризик Т. И. и др.* Радуга: программа и руководство для воспитателей средней группы детского сада. — М.: Просвещение, 1994.

3. *Кларина Л. М.* Проблема выбора образовательной программы и ее реализации в детском саду // Готовимся к аттестации. Методическое пособие для педагогов ДОУ. — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2005.

4. *Кларина Л. М., Михайлова З. А.* Особенности организации образовательного процесса по теме «Мы в детском саду и дома» // Методические советы к программе «Детство». — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2007.

Мир экономики глазами ребенка (на материале рукотворного мира: План-программа по экономическому воспитанию старших дошкольников / Дыбина О. В., Сидякина Е. А., Паленова Н. П., Кузнецова Н. Г. Под ред. О. В. Дыбиной. — Тольятти, 2000.

6. Радуга: Программа и методические рекомендации по воспитанию, развитию и образования детей 5—6 лет в детском саду / Сост. Т. Н. Доронова. — М.: Просвещение, 1996.

7. *Серова З. А.* Знакомлюсь с математикой. Пособие для подготовки детей к школе. — СПб.: Питер, 2000.

8. *Смоленцева А. А.* Введение в мир экономики, или Как мы играем в экономику. - СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2005.

9. *Смоленцева А. А.* Сюжетно-дидактическая игра с математическим содержанием. — М.: Просвещение, 1993.

10. *Соловьева Е. В.* Математика и логика для дошкольников. Методические рекомендации к программе «Радуга». — М., 2001.

11. *Шатова А. А.* Дошкольник и... Экономика: Программа.— М., 1996.

## Вопросы и задания для самоконтроля

- © Сформулируйте основные идеи интеграции логико-математического и других направлений развития дошкольников.
- © Дайте обоснование преимуществ и возможных недостатков интегрированного подхода к логико-математическому развитию дошкольников.
- © Сконструлируйте схему-конспект вида детской деятельности с использованием идей интеграции.

#### 4.4. Развивающая среда как средство развития математических представлений дошкольников

Нет такой стороны воспитания, понимаемого в целом, на которую обстановка не оказывала бы влияния, нет способности, которая не находилась бы в прямой зависимости от непосредственно окружающего ребенка конкретного мира... Тот, кому удастся создать такую обстановку, облегчит свой труд в высшей степени. Среди нее ребенок будет жить-развиваться собственной самодовлеющей жизнью, его духовный рост будет совершаться из самого себя, от природы...

*Е. И. Тихеева*

Предметный мир детства — это не только игровая среда, но и среда развития всех специфических детских видов деятельности (А. В. Запорожец), ни одна из которых не может полноценно развиваться вне предметной организации. Современный детский сад — это место, где ребенок получает опыт широкого эмоционально-практического взаимодействия со взрослыми и сверстниками в наиболее значимых для его развития сферах жизни. Возможности организации и обогащения такого опыта расширяются при условии создания в группе детского сада предметно-пространственной развивающей среды. Развивающая среда образовательного учреждения является источником становления субъектного опыта ребенка. Каждый ее компонент способствует формированию у ребенка опыта освоения средств и способов познания и взаимодействия с окружающим миром, опыта возникновения мотивов новых видов деятельности, опыта общения со взрослыми и сверстниками.

Обогащенное развитие личности ребенка характеризуется проявлением непосредственной детской пылкости, любознательности, индивидуальных возможностей; способностью ребенка познавать увиденное, услышанное (материальный и социальный мир) и эмоционально откликаться на различные явления, события в жизни; стремлением личности к творческому отображению накопленного опыта восприятия и познания в играх, общении, рисунках, поделках.

Под *развивающей предметно-пространственной средой* следует понимать естественную комфортабельную обстановку, рационально организованную в пространстве и времени, насыщенную разнообразными предметами и игровыми материалами. В такой среде возможно одновременное включение в активную познавательно-творческую деятельность всех детей группы.

Активность ребенка в условиях обогащенной развивающей среды стимулируется свободой выбора деятельности. Ребенок играет, исходя из своих интересов и возможностей, стремления к самоутверждению; занимается не по воле взрослого, а по собственному желанию, под воздействием привлечших его внимание игровых материалов.

Такая среда способствует установлению, утверждению чувства уверенности в себе, а ведь именно оно определяет особенности личностного развития на ступени дошкольного детства.

Концептуальная модель предметно-пространственной развивающей среды включает в себя три компонента: предметное содержание, его пространственную организацию и их изменения во времени.

К предметному содержанию относятся:

- игры, предметы и игровые материалы, с которыми ребенок действует преимущественно самостоятельно или в совместной со взрослым и сверстниками деятельности (например, геометрический конструктор, пазлы);
- учебно-методические пособия, модели, используемые взрослым в процессе обучения детей (например, числовая лесенка, обучающие книги);

- оборудование для осуществления детьми разнообразных деятельности (например, материалы для экспериментирования, измерений).

Непременным условием построения развивающей среды в дошкольных учреждениях любого типа является реализация идей развивающего образования.

Развивающее образование направлено прежде всего на развитие личности ребенка и осуществляется через решение задач, основанных на преобразовании информации, что позволяет ребенку проявлять максимальную самостоятельность и активность; предполагает перспективу саморазвития ребенка на основе познавательно-творческой деятельности.

## **Особенности организации среды для развития логико-математических представлений у детей разного возраста**

### *Первый год жизни*

Уже в первые месяцы жизни у младенца развивается способность выделения предмета из фона, что обеспечивает необходимое условие для познания предмета, развивается сенсомоторная координация движений. Во второй половине года появляются первые результативные действия с предметами, расширяются возможности ориентировки в окружающем. К концу года появляются преднамеренные действия, дети начинают экспериментировать с доступными им предметами.

В 6 месяцев малыш обычно удерживает в каждой руке по игрушке, может переключаться с игрушки из одной руки в другую. Он начинает более дифференцированно действовать с предметом, учитывая его размер, форму. Игрушки должны побуждать детей обследовать, экспериментировать (стучать, трясти, поворачивать).

Можно использовать любые разнообразные по свойствам предметы: объемные и плоские, разной величины, формы, цвета, по-разному звучащие. Подносите к ним ребенка, давайте ему их рассматривать, называйте эти предметы.

После полугода следует включать в обстановку игрушки, состоящие из двух частей, которые можно разъединять и соединять: коробочки, кастрюлька с крышкой, ведро с крышкой, матрешка, шкатулка.

Обязательно следует включить в обстановку несколько небольших по размеру пластмассовых или мягких игрушек, удобных для схватывания малышом. Если ребенок выбрасывает их по одной, следует поощрять эти действия, вновь подкладывая игрушки и сопровождая действия словами «на», «еще», «вот».

Для развития обобщений используются одноименные игрушки из разных материалов, разного цвета, размера (например, мячи разных цветов и размеров, собачки из пластмассы, ткани, меха). Развитию познавательного интереса способствуют двигающиеся и звучащие игрушки.

Необходимы 2—3 крупные надувные игрушки, в которые ребенок может влезать (например, надувной лебедь, бассейн, рыбка и др.). Яркие большие образные игрушки побуждают ребенка к их рассматриванию, узнаванию при участии взрослого; способствуют возникновению положительных эмоций, реагированию на размер предмета.

### *Второй год жизни*

Дети активно осваивают различные предметные действия, манипулируют с предметами. В процессе переключения, группировки предметов у дошкольников накапливается опыт действий с различными множествами: игрушками, предметами.

Дети действенным путем познают различные свойства предметов и явлений: песок — сыпучий, сухие листья под ногами шуршат, у елки колючие ветки и т. п. В этом возрасте детей привлекают пособия, контрастные по величине, цвету, форме; пособия должны быть привлекательными для детей, позволять активно с ними действовать. Так как сенсорный опыт только накапливается, осваиваются простейшие действия обследования, необходимы различного вида вкладыши, рамки, сборно-разборные материалы. Они изготавливаются, как правило, из дерева, безопасной пластмассы и бывают достаточно крупного размера.

Для детей 2-го года жизни игрушки должны отличаться по форме, величине, цвету, количеству деталей: мишка большой и маленький, кошечка черная и белая. Предметы — кубики, шарики, пирамидки, разноцветные грибочки и пр. — располагаются на открытых полках. Их не должно быть много, но менять их необходимо часто, не реже 1—2-х раз в неделю. Малыши очень отзывчивы к изменениям среды и активно ее изучают. Надо иметь в группе дидактический столик для развития сенсорных способностей и совершенствования моторики. Комплектация стола:



пирамидки, вкладыши разного типа, разноцветные счеты, горки для прокатывания предметов, набор объемных форм.

Для детей этого возраста можно рекомендовать пять различных видов игрушек, отличающихся способами действий с ними.

- Игрушки для нанизывания на стержень — кольца, шары, кубы, полусферы и пр., — имеющие сквозное отверстие. Действия с такими игрушками способствуют развитию моторики пальцев, координации рук, особенно при осуществлении противоположных операций: нанизывание и снятие предметов. Выполнение действий осуществляется в двух плоскостях: горизонтальной (нанизывание на мягкий шнур, снятие с ленты) и вертикальной (нанизывание на стержень и снятие с него).
- Объемные геометрические фигуры (шары, кубы, призмы, параллелограммы и др.) предназначены для манипулирования, группировки и соотнесения по разным основаниям (цвету, величине, форме). Это различные по форме и размеру коробки, объемные предметы с прорезями и набором мелких предметов, соответствующих формам прорезей. Ребенок может отложить в одну сторону все большие предметы, в другую — все маленькие; дать мишке все красные ифушки, а зайке — все зеленые.
- Геометрические игрушки-вкладыши: разноцветные кубы, цилиндры, конусы, полусферы, предназначенные для сортировки и подбора их по цвету, форме, величине, а также для составления одноцветных и разноцветных башенок. Данный вид игрушек дает возможность развить у детей пространственную ориентировку, познакомить его с физическими свойствами полых предметов (меньшие по объему вкладываются в большие, а большие накрываются меньшими). Маленькому ребенку сначала легче действовать с предметами округлой формы, так как они не требуют особой пространственной ориентировки при подборе и совмещении частей.
- Народные сборно-разборные дидактические игрушки (матрешки, бочонки, яйца и пр.) способствуют развитию пространственной ориентировки и соотносящих действий, умению собирать предмет из двух одинаковых или однотипных частей. К двум годам большинство детей уже могут ориентироваться в 3-х контрастных величинах предметов. • Сюжетные игрушки небольшого размера: куклы, машинки, зверушки, игрушки-предметы (грибы, овощи, фрукты и пр.). Малышам нужны плавающие игрушки и, соответственно, специальное оборудование для игр с водой (песком); также — небольшие резиновые игрушки, мячики от настольного тенниса, деревянные, пластмассовые и металлические предметы. Играя с ними в воде, ребенок обнаруживает их разные свойства: одни тонут, другие — нет, а некоторые игрушки (бумажные) размокают. Для переливания воды (пересыпания песка) можно использовать пластиковые емкости, предварительно проткнув их в разных местах и обработав пламенем разрезы. Наблюдая, как выливается вода, дети постепенно будут замечать разную интенсивность водяных струй, зависящую от размера и количества отверстий в емкости.

Дети этого возраста любят «гремязи», «звучащие» игрушки-самоделки: пластиковые емкости заполняются песком, мелкими камешками, фасолью, горохом, желудями и плотно завинчиваются пробкой. Побуждая ребенка прислушиваться к издаваемым разными игрушками звукам, можно развивать у него остроту слуха.

### *Третий год жизни*

Целесообразно отвести в группе специальное место для игротеки, обозначив его ярким плакатом математической направленности (с использованием цифр-образов, форм, предметов разного размера). Там должны быть собраны игры, направленные на развитие сенсорного восприятия, мелкой моторики, воображения, речи. Играя, ребенок уточняет представления о свойствах предметов — форме, величине, материале.

Используемые дидактические игры построены преимущественно по принципу вкладышей. Материалы должны быть достаточно крупными, прочными; «ярко» представлять различия по размеру, цвету, форме. Элементы игр должны быть прочными, подразумевать возможности обследования; представлять основные осваиваемые в данном возрасте эталоны (формы, цвета, размера).

К 2—3-м годам у детей накапливается опыт познания свойств, освоения некоторых эталонов и действий с предметами. Данный период относится к этапу «сенсомоторных» эталонов. Дети выделяют некоторые свойства предметов (форма, размер, цвет) и обозначают их по названию хорошо известных им предметов (квадрат — «как окошко», треугольник — «как морковка»). Дети только

учатся различать свойства предметов, обозначать их словом. В этом возрасте преобладает практический тактильно-двигательный способ познания предметов: дошкольники нуждаются в ощупывании предмета, прикосании к нему; они часто осуществляют действия манипулятивного характера. Такой способ познания предмета формирует установление отношения *глаз — рука*. Для развития представлений о свойствах необходимо включить в игротеку набор «Логические блоки Дьенеша» и методические пособия к нему.

С помощью активизирующей и ведущей роли взрослого дети начинают выделять один, два, много предметов в группе, устанавливать взаимнооднозначное соответствие между элементами двух множеств (куклами и конфетами, зайцами и морковками, птицами и домиками и т. п.).

Для развития восприятия множеств детьми 2—3-х лет используются игрушки, предметы, «жизненные» и абстрактные материалы. Для облегчения выделения элементов множества данные материалы располагаются в «поле восприятия» детей (на подносе, крышке коробки). В этом возрасте используется набор «Цветные полоски» — аналог «Цветных палочек Кюизенера». Рекомендуются игры типа парных картинок и лото (ботаническое, зоологическое, лото-транспорт, мебель, посуда). Эти игровые материалы вызывают интерес к пересчету.

Также нужны разрезные картинки из 4—8-ми частей, крупные пазлы из 4—9 частей. Большой интерес в самостоятельных играх детей вызывают складные кубики (когда из частей можно собрать предметную картинку). Целесообразно включать в игротеку игры «Сложи узор» из 9 кубиков, «Сложи квадрат», разнообразные игры-вкладыши, пирамидки из 6—8-ми колец (детям 2,5—3-х лет — из 8—10 (12) колец) и фигурные пирамидки. Активно используются игры-вкладыши, игры «Радужное лукошко», «Чудо-крестики», «Чудо-соты», «Стаканчики-вкладыши», «Разноцветные столбики» и пр., ящики с фигурными прорезями для сортировки.

Малыши любят играть с матрешками. В первом полугодии (от 2-х до 2,5 лет) они собирают и разбирают 3-, 5-местные, а во втором — 5-, 7-местные игрушки.

С увлечением малыши занимаются с геометрической мозаикой. Можно использовать настольную, напольную, крупную магнитную мозаики, разнообразные мягкие конструкторы.

Организуя игры с песком и водой, педагог не только знакомит детей со свойствами различных предметов и материалов, но и способствует освоению представлений о цвете, форме, величине, развивает мелкую моторику ребенка.

Педагогам следует помнить, что у малышей быстро падает интерес к одному и тому же материалу. Поэтому все имеющиеся игры, игровые материалы нежелательно держать в групповой комнате. Лучше время от времени заменять одни материалы на другие. Желательно использовать промышленно изготовленные игры, пособия и материалы.

#### *Четвертый год жизни*

Необходимо учитывать, что в современный детский сад приходят дети с разным опытом освоения математических представлений. Не следует интенсифицировать процесс математического развития детей. Однако в подборе материала важно учитывать разный уровень развития дошкольников.

Предметы ближайшего окружения являются для маленького ребенка источником любопытства и первой ступенью познания мира, поэтому необходимо создание насыщенной предметной среды, в которой происходит активное накопление чувственного опыта ребенка. Игрушки и предметы в группе отражают богатство и многообразие свойств, стимулируют интерес и активность. Важно помнить, что ребенок многое видит впервые и воспринимает наблюдаемое как образец, своего рода эталон, с которым он будет сравнивать все увиденное позже.

Использование мобилей-подвесов упростит задачу развития пространственных ориентировок. Воспитатель обращает внимание детей на висящие предметы, использует слова *высоко, ниже, сверху* и другие.

В группах детей младшего дошкольного возраста основное внимание уделяется освоению приема непосредственного сравнения величин, предметов по количеству, свойствам. Из дидактических игр предпочтительны игры типа лото и парных картинок. Должны быть представлены также мозаика (пластиковая, магнитная и крупная гвоздиковая), пазл из 5—15 частей, наборы кубиков из 4—12 штук, развивающие игры (например, «Сложи узор», «Сложи квадрат», «Уголки»), а также игры с элементами моделирования и замещения. Разнообразные «мягкие конструкторы» на ковровиновой основе позволяют проводить игру по-разному: сидя за столом, стоя у стены, лежа на полу.

Дети этого возраста активно осваивают эталоны формы, цвета, поэтому данный период называют стадией «предметных эталонов». Как правило, дети выделяют 3—4 формы, но затрудняются абстрагировать форму, цвет в малознакомых и «необычных» предметах. Недостаточный уровень развития восприятия сказывается на точности оценки свойств предметов. Дети обращают внимание на более яркие, «броские» свойства, элементы; не видят разницы размеров, если полоски (предметы) различаются незначительно; недифференцированно воспринимают большое число элементов множеств («много»).

Для успешного различения свойств детям необходимо практическое обследование, «манипулирование» с предметом (держат фигуру в руках, хлопать, ощупывать, надавливать и т. п.). Точность различения свойства зависит напрямую от степени обследования предмета. Дошкольники могут успешно осуществлять простые действия: группировку абстрактных фигур, сортировку по заданному признаку, упорядочивание 3—4-х элементов по наиболее ярко представленному свойству. Рекомендуется применять абстрактные материалы, облегчающие процесс сопоставления с эталоном, абстрагирование свойств. Особый интерес у детей проявляется к так называемым «универсальным» множествам — логическим блокам Дьенеша и цветным счетным палочкам Кюизенера. Пособия интересны тем, что представляют несколько свойств одновременно (цвет, форму, размер, толщину в блоках; цвет, длину в палочках); в наборе много элементов, что активизирует манипулирование и игру с ними. На группу достаточно 1—2-х наборов.

Для развития мелкой моторики нужно включать в обстановку пластиковые контейнеры с крышками разных форм и размеров, коробки, другие хозяйственные предметы, вышедшие из употребления. Примеряя крышки к коробкам, ребенок накапливает опыт сравнения величин, форм, цветов. Детское экспериментирование — один из важнейших аспектов развития личности. Эта деятельность не задана ребенку взрослым заранее в виде той или иной схемы, а строится самим дошкольником по мере получения все новых сведений об объекте.

#### *Пятый год жизни*

В этом возрасте происходят некоторые качественные изменения в развитии восприятия, чему способствует освоение детьми 4—5 лет некоторых сенсорных эталонов (формы, цвета, размерных проявлений). Дети успешно абстрагируют значимые свойства предметов.

Развивающееся мышление ребенка, способность устанавливать простейшие связи и отношения между объектами пробуждают интерес к окружающему миру. Некоторый опыт познания окружающего у ребенка уже есть и требует обобщения, систематизации, углубления, уточнения. С этой целью в группе организуется «сенсорный центр» — место, где подобраны предметы и материалы, познавать которые можно с помощью различных органов чувств. Например, музыкальные инструменты и шумовые предметы можно слышать; книги, картинки, калейдоскопы можно видеть; баночки с ароматизированными веществами, флаконы из-под духов можно узнать по запаху.

Используются материалы и пособия, которые позволяют организовать разнообразную практическую деятельность детей: пересчитать, соотнести, сгруппировать, упорядочить. С этой целью широко применяются различные наборы предметов (абстрактные: геометрические фигуры; «жизненные»: шишки, ракушки, игрушки и т. п.). Основным требованием к таким наборам будет являться их достаточность и вариативность проявлений свойств предметов. Важно, чтобы у ребенка всегда была возможность выбора игры, а для этого набор игр должен быть достаточно разнообразным и постоянно меняться (примерно 1 раз в 2 месяца). Около 15% игр должны быть предназначены для детей старшей возрастной группы, чтобы дать возможность детям, опережающим в развитии сверстников, не останавливаться, а продвигаться дальше.

В среднем дошкольном возрасте дети активно осваивают средства и способы познания. В процессе сравнения предметов дошкольники более дифференцированно различают проявления свойств, не только устанавливают их «полярность», но и сравнивают по степени проявления.

Необходимы игры на сравнение предметов по различным свойствам (цвету, форме, размеру, материалу, функции); группировку по свойствам; воссоздание целого из частей (типа «Тан-грам», пазл из 12—24 частей); сериацию по разным свойствам; игры на освоение счета. На ковролине следует выставить знаковые обозначения разнообразных свойств (геометрические фигуры, цветовые пятна, цифры и др.).

В данном возрасте организуются разнообразные игры с блоками на выделение свойств («Клады», «Домино»), группировку по заданным свойствам (игры с одним и двумя обручами).

При применении цветных счетных палочек Кюизенера внимание обращается на различие по цвету и размеру и на установление зависимости *цвет — длина — число*. Для активизации интереса детей к данным материалам следует иметь разнообразные иллюстративные пособия.

Освоение счета и измерения требует использования различных мер: полосок картона разной длины, тесемок, шнуров, стаканчиков, коробок и т. п. Можно организовывать сюжетно-дидактические игры и практические ситуации с весами, равновесиями, ростометром.

В математической игротке могут быть размещены различные варианты книг, рабочих тетрадей для рассматривания и выполнения заданий. Для активизации детской деятельности с подобными материалами можно использовать листы с заданиями (картинки для дорисовки, лабиринты), которые также помещаются в уголок математики.

Средний возраст — начало сенситивного периода развития знаково-символической функции сознания, это важный этап для умственного развития в целом и для формирования готовности к школьному обучению. В среде группы активно используются знаковая символика, модели для обозначения предметов, действий, последовательностей. Придумывать такие знаки, модели лучше вместе с детьми, подводя их к пониманию, что обозначать можно не только словами, но и графически. Например, вместе с детьми определите последовательность занятий в течение дня в детском саду и придумайте, как обозначить каждое из них. Чтобы ребенок лучше запомнил свой адрес, улицу, город, разместите в группе схему, на которой обозначьте детский сад, улицы и дома, в которых живут дети группы. Проведите маршруты, которыми идут дети в детский сад, напишите названия улиц, разместите другие здания, которые есть в округе, обозначьте детскую поликлинику, канцелярский магазин, «Детский мир». Чаще обращайтесь к этой схеме, выясните, для кого из детей путь в детский сад длиннее, короче; кто живет выше всех, кто живет в одном и том же доме и т. п.

Используется наглядность в виде моделей: частей суток (в начале года — линейная; в середине — круговая), простых планов пространства кукольной комнаты. Основным требованием является предметно-схематическая форма данных моделей.

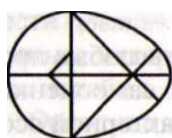
### *Шестой год жизни*

В старшем дошкольном возрасте важно развивать любые проявления самостоятельности, самоорганизации, самооценки, самоконтроля, самопознания, самовыражения. Характерной особенностью старших дошкольников является появление интереса к проблемам, выходящим за рамки личного опыта. Это находит отражение в среде группы, в которую вносится содержание, расширяющее личный опыт ребенка.

В группе специальное место и оборудование выделяется для игротки. В ней находятся игровые материалы, способствующие речевому, познавательному и математическому развитию детей. Это дидактические, развивающие и логико-математические игры, направленные на развитие логического действия сравнения, логических операций классификации, сериации, узнавание по описанию, воссоздание, преобразование, ориентировку по схеме, модели; на осуществление контрольно-проверочных действий («Так бывает?», «Найди ошибки художника»); на следование и чередование и др.

Например, для развития логики подойдут игры с логическими блоками Дьенеша, другие игры: «Логический поезд», «Логический домик», «Четвертый лишний», «Поиск девятого», «Найди отличия». Обязательны тетради на печатной основе, познавательные книги для дошкольников. Полезны игры на развитие умений счетной и вычислительной деятельности, направленные также на развитие психических процессов, в особенности внимания, памяти, мышления.

Для организации детской деятельности используются разнообразные развивающие игры, дидактические пособия, материалы, позволяющие «потренировать» детей в установлении отношений, зависимостей. Соотношение игровых и познавательных мотивов в данном возрасте определяет, что наиболее успешным процесс познания будет в ситуациях, требующих сообразительности, познавательной активности, самостоятельности детей. Используемые материалы и пособия должны содержать элемент «неожиданности», «проблемности». При их создании должен быть учтен имеющийся опыт детей; они должны позволять организовывать различные варианты действий и игр.



Традиционно используются разнообразные развивающие игры (на плоскостное и объемное моделирование), в которых дети не только выкладывают картинки, конструкции по образцам, но и самостоятельно придумывают и составляют силуэты. В старшей группе представлены разные Илл. 68. Пособие варианты игр на воссоздание

(«Танграм», «Мон-«Колумбово яйцо» гольская игра», «Листик», «Пентамино», «Колумбово яйцо» (илл. 68) и др.). Развитие словесно-логического мышления и логических операций (прежде всего обобщения) позволяет детям 5—6 лет подойти к освоению числа. Дошкольники начинают осваивать способ образования и состав числа, сравнение чисел, выкладывают палочки Кюизенера, рисуют модель «Домик чисел».

Для накопления опыта действий со множествами используются логические блоки, палочки Кюизенера. Группе, как правило, бывает достаточно нескольких наборов данных пособий. Возможно использование специальных наглядных пособий, позволяющих осваивать умения выделять значимые свойства («Поиск заповедного клада», «На золотом крыльце», «Давайте вместе поиграем» и др.).

Вариативность средств измерения (часов разных видов, календарей, линеек и т. п.) активизирует поиск общего и различного, что способствует обобщению представлений о мерах и способах измерения. Данные пособия применяются в самостоятельной и совместной со взрослым деятельности детей. Материалы, вещества должны присутствовать в достаточном количестве; быть эстетично представлены (храниться по возможности в одинаковых прозрачных коробках, емкостях в постоянном месте); позволять экспериментировать с ними (измерять, взвешивать, пересыпать и т. п.). Необходимо предусматривать представление контрастных проявлений свойств (большие и маленькие, тяжелые и легкие камни; высокие и низкие сосуды для воды).

Повышение детской самостоятельности и познавательных интересов определяет более широкое применение в данной группе познавательной литературы (детских энциклопедий), рабочих тетрадей. Наряду с художественной литературой в книжном уголке должна быть представлена справочная, познавательная литература, общие и тематические энциклопедии для дошкольников. Желательно книги расставить в алфавитном порядке, как в библиотеке, или по темам. Воспитатель показывает детям, как из книги можно получить ответы на самые сложные и интересные вопросы. Хорошо иллюстрированная книга становится источником новых интересов дошкольника.

Интерес детей к головоломкам может поддерживаться за счет размещения в игротке веревочных головоломок, игр на передвижение, а также за счет использования игр-головоломок с палочками (спичками).

Для индивидуальной работы с детьми, уточнения и расширения их математических представлений используются дидактические пособия и игры: «Самолеты», «Пляшущие человечки», «Постройка города», «Маленький дизайнер», «Цифра-домино», «Прозрачная цифра» и др. Эти игры должны быть представлены в достаточном количестве и по мере снижения у детей интереса к ним заменяться аналогичными.

При организации детского экспериментирования стоит новая задача: показать детям различные возможности инструментов, помогающих познавать мир, например микроскопа. Требуется довольно много материалов для детского экспериментирования, поэтому, если позволяют условия, желательно в детском саду для старших дошкольников выделить отдельную комнату для экспериментов с использованием технических средств.

В старшем дошкольном возрасте дети проявляют интерес к кроссвордам, познавательным заданиям. С этой целью на ковро-лине можно выкладывать с помощью тонких длинных лент-липушек сетки кроссвордов и крепить листки с картинками или текстами заданий.

К концу старшего дошкольного возраста дети уже имеют некоторый опыт освоения математических деятельностей (вычисления, измерения) и обобщенных представлений о форме, размере, пространственных и временных характеристиках; также у детей начинают складываться обобщенные представления о числе. Старшие дошкольники проявляют интерес к логическим и арифметическим задачам, головоломкам; успешно решают логические задачи на обобщение, классификацию, сериацию.

Освоенные представления начинают обобщаться и трансформироваться. Дети уже способны понять некоторые более абстрактные термины: число, время; начинают понимать транзитивность отношений, самостоятельно выделять характеристические свойства при группировке множеств и т. п. Значительно совершенствуется понимание неизменности количества, величины (принцип, или правило, сохранения величины): дошкольники выделяют и понимают противоречия в данных ситуациях и пытаются найти им объяснения.

Развитие произвольности, планирования позволяет более широко применять игры с правилами — шашки, шахматы, нарды и т. п.

Необходима организация опыта описания предметов, практикования в выполнении математических действий, рассуждения, экспериментирования. С этой целью используются наборы материалов для классификации, сериации, взвешивания, измерения.

#### **4.5. Использование познавательных книг математического содержания и рабочих тетрадей в логико-математическом развитии дошкольников**

На протяжении XX в. активно разрабатывались вопросы использования книг с математическим содержанием и рабочих тетрадей с целью обогащения математических представлений дошкольников (Ф. Н. Блехер, З. А. Михайлова, Л. Г. Петерсон, Е. Я. Фортунатова, Л. К. Шлегер и др.).

Условно можно выделить несколько причин интереса к данной проблеме.

- Первые детские книги математического содержания создавались по аналогии со школьными учебниками. Это позволяло точно определить осваиваемое дошкольниками содержание, наметить его последовательное усложнение; облегчало процесс обучения и развития детей дошкольного возраста. В данном аспекте познавательные книги с математическим содержанием и первые рабочие тетради обычно были адресованы старшим дошкольникам и младшим школьникам и обеспечивали преемственность математического развития на данных возрастных этапах.
- Познавательная книга является своеобразным (учителем), выступает «наглядной опорой» деятельности и обеспечивает активизацию интереса детей к информации, представленной в ней. Часто такие книги адресованы родителями и используются в семье в процессе и совместной деятельности воспитателя и детей.
- Относительно математического развития дошкольников ценность познавательной книги заключается в особой форме наглядности передаваемого в ней содержания. В познавательной книге возможно представление математического содержания в наглядной форме:

— в литературном сюжете, посредством ярких образов — персонажей, через создание проблемных ситуаций, к решению которых можно привлечь детей;

— изобразительными средствами иллюстрации; такая «двойная» наглядность очень «созвучна» возрастным особенностям дошкольников (эмоциональность, доминирование наглядно-образного мышления, предпочтение игровой деятельности). Книга представляет собой синтез искусств (литературы, графики, полиграфии), и образ, представленный в ней, воспринимается детьми в единстве различных средств выразительности (слова и иллюстрации) (Е. А. Флерина, В. А. Езикеева, Р. И. Жуковская, Л. М. Гурович, В. Я. Кионова). Данные средства как бы усиливают друг друга, способствуют созданию более яркого «обогащенного» образа, облегчают его понимание. В искусствоведческих (Н. Н. Куприянов, В. А. Ватагин, С. Я. Маршак, К. И. Чуковский) и психолого-педагогических работах (А. В. Запорожец, Р. И. Жуковская, Е. А. Флерина, В. А. Езикеева и др.) представлены основные требования к книге для детей, изучены особенности и закономерности восприятия образа дошкольниками, проявление интереса к книге.

С учетом особенностей книг для детей делались попытки разработки познавательных книг для дошкольников. При этом усиление познавательного начала (насыщение математическим, экономическим, естественнонаучным содержанием) не должно было снижать художественной ценности произведения.

Обобщая все многообразие познавательных книг с математическим содержанием, условно можно выделить: 1) книги, ориентированные на обогащение математических представлений дошкольников; 2) книги, обеспечивающие развитие умений, логических операций.

К *первой группе* книг относятся различные альбомы (например, «Формы», «Противоположности»), познавательные энциклопедии. Для них ведущей является функция представления новой информации. В зависимости от возраста детей, которым адресованы книжки-альбомы, варьируются содержание и цели их применения. Альбомы для детей раннего и младшего возраста направлены на обогащение сенсорных впечатлений и наглядное представление осваиваемых эталонов (формы, цвета). Основная задача детей — рассмотреть изображения, соотнести, например, форму предмета и геометрическую фигуру, запомнить слова {*вверху — внизу, большое — маленькое*}. Для детей более старшего возраста (5—7-ми лет) используются различные познавательные книги энциклопедического характера (например, тематические — «Как измеряли время раньше?»), которые позволяют расширить и углубить представления

дошкольников о средствах и способах измерения, нумерации и т. п. Как правило, в данных энциклопедиях информация представлена в занимательной форме; книги содержат иллюстрации и образные примеры, рассчитанные на особенности старших дошкольников и младших школьников. Энциклопедические варианты книг сами по себе являются средством активизации интереса детей к познанию нового. Объем книги, формат (обычно А4), множество различных фотографий и рисунков, факты, рассчитанные на «зону ближайшего развития», вызывают познавательный интерес дошкольников. Представление информации по главам обеспечивает лимитирование времени и содержания занятий с детьми.

В ряде книг новая информация представлена в занимательной оболочке — в форме сюжета сказки, истории (В. Волина «Праздник числа. Занимательная математика для детей» (М., 1993); Л. А. Левинова, К. А. Сапгир «Приключение Кубарика и Томати-ка, или Веселая математика» (М., 1977); Ж. Житомирский, Л. Шеврин «Математическая азбука» (М., 1980)). Для данных книг характерна интеграция художественных средств (художественная литература и иллюстрации) и познавательной составляющей (информации логико-математического характера). Как правило, в данных книгах присутствуют «сквозные» персонажи, участвующие во всех эпизодах и близкие опыту детей; сюжеты и эпизоды часто аналогичны детской жизнедеятельности или повторяют сюжетные линии известных детям произведений. Идентификация детей с персонажами вызывает эмоциональные переживания и желание помочь персонажу (подсказать, решить задачу, вместе с ним узнать что-то новое и т. п.). Содержание, как правило, структурировано по главам, которые моделируют последовательность занятий с детьми.

Ко *второй группе* можно условно отнести разнообразные книги-альбомы для дошкольников, предусматривающие выполнение детьми последовательности заданий (З. А. Серова «Знакомлюсь с математикой. Пособие для подготовки детей к школе»). Подобные пособия и книги также могут быть тематическими или представлять задания в сюжетной форме (путешествия персонажей; сказки и истории, в процессе которых детям предстоит выполнить ряд заданий). Для создания мотивации и активизации интереса детей к выполнению заданий используются персонажи. Как правило, задания в таких книгах представлены в порядке усложнения. Также в книгах второй группы учитываются необходимость тактильно-двигательного обследования и значение практических действий в познании; предусматриваются дорисовывание элементов, соединение по линиям, выкладывание образов из геометрических фигур, которые прилагаются к книге; приводятся некоторые игры (игры типа крестов; игры с обручами и т. п.).

Часто в данных книгах используют различные символы — подсказки действий (нарисовать, закрасить, вырезать, решить и т. п.), что позволяет детям, не умеющим читать, ориентируясь на символы, понять содержание задания.

На тех же идеях основано и *использование рабочих тетрадей*, основная функция которых заключается в активации самостоятельного выполнения заданий математического содержания; упражнении в умениях; развитии логических операций. На данный момент существуют образовательные программы и методические разработки, в которых предусматривается использование рабочих тетрадей. Например, к образовательной программе «Детство» (раздел «Первые шаги в математику», З. А. Михайлова, Т. Д. Рихтерман) разработаны рабочие тетради для разных возрастных групп («Математика — это интересно», сост.: З. А. Михайлова, И. Н. Чеплакшина, Н. Н. Крутова, Л. Ю. Зуева); к программам «Игралочка», «Раз ступенька, два ступенька» (Образовательная система «Школа 2100») (Л. Г. Петерсон, Е. Е. Кочемасова, Н. П. Холина) представлены цветные рабочие тетради с большим количеством разнообразных заданий; широко используются тетради к другим программам (Ерофеева Т. И., Павлова Л. Н., Новикова В. П. «Математическая тетрадь для дошкольников»; Соловьева Е. В. «Моя математика: Развивающая книга для детей старшего дошкольного возраста»).

Ценность рабочих тетрадей состоит в том, что ребенок получит возможность выполнения действий в «собственном поле деятельности». Ребенок выполняет *каждое* задание в *своей собственной тетради*.

Это повышает активность детей в освоении умений и представлений и делает данный процесс более эффективным (рациональное использование времени занятий, при котором не создается ситуаций «ожидания» ответа и наблюдения за действиями другого ребенка с материалом).

Рабочие тетради содержат задачи, выполнение которых основано на практических действиях (соединить линиями, обвести, дописать и т. п.), что соответствует возрастным возможностям.

В тетрадях представлены «успехи и неудачи» детей, что обеспечивает развитие у них самооценки и волевых проявлений.

Вместе с тем, используя рабочие тетради, следует учитывать необходимость практического освоения окружающего мира (прежде всего обогащения сенсорных впечатлений и тактильно-двигательного способа познания), а следовательно, ценность действий с предметами (игрушками, играми, объемными и плоскостными фигурами, коробочками разной массы и т. п.). В связи с этим использование рабочих тетрадей не следует рассматривать как самоцель и выстраивать занятия только на основе их применения. Тетради могут являться одним из средств, применяться на некоторых занятиях, составлять основу организации некоторых заданий или использоваться в совместной и самостоятельной деятельности.

### **Особенности проявления интереса дошкольников к познавательной книге математического содержания и рабочим тетрадям**

Интерес детей к познавательной книге изменяется на протяжении всего дошкольного периода. Он зависит от развития восприятия и накопления опыта рассматривания иллюстраций и слушания литературных сюжетов. В данном аспекте исследования в области восприятия дошкольниками литературы (А. В. Запорожец, С. Я. Маршак, К. И. Чуковский, А. М. Леушина, Л. М. Гурович и др.) и иллюстраций (Е. А. Флерина, В. А. Езикеева, В. Я. Кионова и др.) позволяют выделить общие особенности проявления интереса к книге, понимания сюжета, изображения детьми разных возрастных групп.

В *раннем возрасте* с развитием некоторых проявлений восприятия особое место в развитии детей начинает играть рассматривание ярких образных книжек-сюрпризов. В книгах-альбомах для данного возраста часто представлены предметы и сюжеты, в которых ярко демонстрируются эталоны формы, цвета, размерные (*большой — маленький, длинный — короткий*) и пространственные отношения (*рядом, далеко; у, над, под* и т. п.). Дети рассматривают картинки, соотносят их со словами, называемыми взрослыми. Дети могут различать изображения предметов ближайшего окружения, животных; эмоционально реагируют на знакомые предметы (улыбкой, вокализацией, действием — гладят, рвут бумагу и т. п.). Их сперва привлекает возможность различных действий с книгой (открыть, закрыть, перевернуть страницу), а затем — и сам процесс узнавания предметов. Вместе с тем детям недоступны: мелкое изображение предметов; представление предметов в необычном ракурсе; искаженная передача формы, пропорций предметов.

В *младшем дошкольном возрасте* дети проявляют ярко выраженный и эмоционально положительно окрашенный интерес к книге (Л. М. Гурович, Н. Х. Швачкин и др.). Изображение (иллюстрация) облегчает понимание сюжета, является первичным по отношению к слову (Е. А. Флерина, В. А. Езикеева, В. Я. Кионова). Детей привлекают книги, альбомы, в которых много ярких крупных иллюстраций.

Согласно исследованиям, дети данного возраста не могут адекватно воспринимать мелкие и нереалистичные изображения с большим числом мелких деталей, выполненных темными и насыщенными цветами. Сложная композиция рисунка (наличие нескольких планов, заслоняемость предметов, искажение пропорций, неточная передача формы предметов) недоступна для детей. Так как восприятие в данном возрасте ситуативно, эмоционально и «глобально», младшие дошкольники не видят деталей (большого числа углов у фигуры), не замечают различия пространственного расположения предметов на двух картинках и т. п.

В данном возрасте дошкольники с интересом рассматривают предметы, различающиеся несколькими свойствами; сюжетные картинки в книгах, на которых изображены противоположные проявления свойств и отношений (*выше — ниже; больше — меньше*); в совместной деятельности со взрослыми называют некоторые свойства, но их привлекают действия с реальными предметами. Для успешного различения свойств детям необходимо практическое обследование, «манипулирование» с предметом, так как точность различения свойства зависит напрямую от степени обследования предмета. Дети осваивают некоторые простые способы сравнения — наложение и приложение, что применяется ими в процессе рассматривания иллюстраций книг (приложить полоски, провести пальцем).

Использование рабочих тетрадей осложнено рядом моментов: недостаточный уровень развития моторики в данном возрасте снижает возможность использования заданий на дорисовывание; невысокие показатели произвольности и самостоятельности ограничивают время и автономность выполнения заданий. Дети нуждаются в постоянной активизации действий со стороны взрослого. Нецветные и мелкие элементы и образы не вызывают интереса у младших дошкольников.



В среднем дошкольном возрасте в связи с обогащением опыта освоения литературных произведений (сказок, стихотворений) и развитием восприятия иллюстрации дети проявляют яркий интерес к чтению и рассматриванию книг. Они более успешно воспринимают образ, если он близок их опыту. Вместе с тем детям сложно воспринимать многодетальные изображения, рисунки со сложной композицией, с измененным пропорциональным соотношением, нереалистично переданной формой предмета, так как форма предмета является ведущей в его опознании.

Детей привлекает сюжетная основа математических сказок, историй при условии, что предлагаемые для выполнения задания им доступны, а учебный эпизод непродолжителен. Детей 4—5 лет увлекает уже некоторый «проблемный» сюжет (ситуации, в которые попадают персонажи). Как правило, дети более успешно участвуют в рассматривании и выполнении заданий в книгах, если они рассчитаны не на освоение новой информации, а на выполнение действий (посчитать, помочь персонажу выложить постройку из геометрических фигур, определить равенство двух множеств (всем ли зайцам хватит морковок) и т. п.). Вместе с тем дети самостоятельно обращаются к красочным ярким альбомам, в которых представлены различные геометрические фигуры и предметы разной формы, сравнивают и называют их, обращаются с вопросами к взрослым.

Детей данного возраста начинают привлекать задания, представленные в рабочих тетрадях. Но более успешно дошкольники их выполняют, если задания ориентированы на разнообразные практические действия (распределить по заданному условию фигуры, нарисовать цифры или фигуры, соединить элементы множеств, раскрасить изображение) либо на выполнение игровых действий (выложить на листе образ из геометрических фигур). Необходимость тактильно-двигательного способа познания проявляется в данном возрасте в стремлении детей дотронуться до изображения (коснуться углов при рассматривании фигур, соединить как бы «случайной» линией верхушки изображенных деревьев разного размера).

В старшем дошкольном возрасте с развитием навыков познавательной деятельности дошкольники начинают проявлять более устойчивый интерес к многоглавым историям и сказкам, в которых представлено математическое содержание и которые можно слушать на протяжении нескольких дней; стремятся «подсказать» решение персонажам, понимают проблемные вопросы и ситуации сюжетной линии.

К 6—7-ми годам дети начинают проявлять интерес к познавательной книге, детским энциклопедиям, задавать вопросы о разных средствах и способах измерения, исторически возникших в разных культурах. Самостоятельно рассматривают иллюстрации, просят прочитать комментарии к заинтересовавшему их изображению.

Повышение самостоятельности, развитие логического мышления, показателей произвольности обеспечивает изменение отношения к занятиям с использованием рабочих тетрадей. Дети начинают ценить наличие «своей собственной» тетради, стремятся аккуратно выполнять задания, гордятся успехами (хвалятся друг перед другом, показывают результаты воспитателю и родителям). Как правило, детей не привлекают однотипные задания, представленные на одной странице. Дошкольники быстро теряют интерес к ним, могут увлечься рассматриванием других страниц, если задания аналогичны.

#### **Методика использования познавательной книги и рабочих тетрадей в логико-математическом развитии дошкольников**

Обобщенный анализ данных позволяет выделить ряд требований к книге математического содержания. Книга должна:

- быть доступной по содержанию, представлениям и форме;
- соответствовать санитарно-гигиеническим требованиям (размер, используемые материалы и краски, качество и размер рисунков и т. п.);
- иметь педагогическую ценность и позволять решать образовательные, воспитательные и развивающие задачи в единстве;
- содержать усложняющееся и последовательно представленное математическое содержание; обеспечивать «зону ближайшего развития»;
- способствовать формированию реалистичных представлений об объектах мира.

Также желательно, чтобы книга для дошкольников была красочной; содержала интересный сюжет или задания, ориентированные на имеющийся опыт детей; представляла содержание разделами (главами, страницами) для эффективной организации деятельности детей;

предусматривала различные по содержанию задачи (дорисовать, придумать самостоятельно, проанализировать образец и т. п.) и вариативные задания (усложняющиеся аналоги).

Подобным требованиям должны соответствовать и рабочие тетради. *Выбирая тетрадь, следует учитывать:* цели и задачи образовательной программы, по которой осуществляется развитие и обучение дошкольников; соответствие возрасту детей; возможность сочетания работы с использованием других пособий (развивающих и дидактических игр, современных полифункциональных пособий и т. п.). Использование рабочей тетради подразумевает применение и дополнительных средств (цветных и простых карандашей, фломастеров, резинок и т. п.), которые в достаточном количестве должны быть предоставлены детям.

В *младшей группе* используются книги-игрушки («Книжки-малышки», «Книжки-раскладушки», книги-сюрпризы), основная функция которых заключается в накоплении опыта рассматривания и узнавания предметов, выделения свойств (прежде всего цвета, формы, размера). В таких книгах, как правило, представлены эталоны цвета, формы, размера; также посредством образов и слов демонстрируются их проявления. Книжки-игрушки должны быть напечатаны на плотном картоне без острых углов; изображения — выполнены основными цветами, реалистично, на всю плоскость листа, без обилия второстепенных деталей. Не рекомендуется использовать книги мелкого формата.

В группе детского сада организуется совместное рассматривание книг (по возможности не ограниченное временем занятие). Педагог обращает внимание на значимые свойства (форму, размеры), называет их словом, активизирует называние проявлений свойств детьми. Как правило, в данных книгах предусматриваются вопросы к детям, возможность практических действий (дотронуться, провести пальцем и т. п.) или используется «синтез искусств» (красочное изображение дополняется стихотворением, игрой-изображением).

Особый интерес у детей проявляется к так называемым «универсальным» множествам — логическим блокам Дьенеша и палочкам Кюизенера. В данном возрасте возможно использование специальных альбомов, в которых предусматривается наклеивание блоков (палочек) на цветное изображение (альбом-игра «Блоки Дьенеша для самых маленьких (2—3 года)», сост. Б. Б. Финкельштейн; альбом-игра «Дом с колокольчиком. Палочки Кюизенера», сост. Б. Б. Финкельштейн и др.). Работа с альбомами активизирует игру с соответствующими материалами. Альбомы могут быть помещены в предметно-развивающую среду и использоваться для рассматривания в индивидуальной и подгрупповой работе несколько раз.

Применение рабочих тетрадей в младшей группе детского сада, как правило, ограничено. Тетрадь рекомендуют разбирать на рабочие листы, которые выдаются детям по мере освоения материала. Это связано с тем, что ценность практических действий с предметами, опыт обследования объектов, организация деятельности детей с предметными множествами важнее, чем работа с тетрадями.

В *средней группе* сохраняется тенденция использования альбомов и книг для рассматривания. Такие книги должны быть яркими, представлять различные варианты проявления свойств, отношений, активизировать процесс их сравнения детьми. Желательно, чтобы книги и альбомы позволяли организовать различные практические действия детей (выложить в определенном порядке, вставить в прорези, наложить на картинку и т. п.).

Для активизации интереса детей к данным книгам следует использовать методические моменты (сюрпризное внесение; предварительное рассматривание; привлечение детей к оформлению «уголка» и определению месторасположения книг; выставка любимых книг; использование книг в совместной и индивидуальной деятельности).

Выбор рабочих тетрадей определяется образовательной программой, по которой работает дошкольное образовательное учреждение. Для средней группы также рекомендуют расшивать рабочие тетради на листы. Их хранение может быть обыграно — листы хранятся в подписанных (промаркированных картинкой) файлах в специально отведенном месте; дошкольникам сообщается, что им предстоит играть и заниматься с рабочими листами, сообщаются правила (аккуратно обращаться и т. п.).

В *старшем дошкольном возрасте* расширение самостоятельности детей, их познавательных интересов, а также освоение ими средств и способов познания определяет возможность более широкого использования познавательной литературы (детских энциклопедий) и рабочих тетрадей.

Возможна организация совместного еженедельного чтения книг с обсуждением их содержания (например, в четверг во второй половине дня проводится «вечер Кубарика и Томатика» (читается очердная глава и проводится обсуждение)).

Некоторые главы и разделы познавательных детских энциклопедий могут предварять освоение определенных тем на занятиях.

Книги с заданиями, направленными на развитие умений и действий, должны располагаться в «уголке книги» (или «уголке познавательного развития»). У детей должна быть возможность воспользоваться ими в любой момент.

Для активизации интереса детей к книгам можно использовать следующие *методы и приемы*.

- Коллекционирование интересных познавательных книг. Педагог привлекает внимание детей к идее сбора интересных книг, из которых они могут узнать много нового и необычного; сообщает о начале коллекционирования, правилах оформления и организации «уголка». Каждая новая приносимая книга рассматривается совместно с детьми, включается в коллекцию. Время от времени в «уголке» проводятся занятия, досуги, выставки с использованием пополняемой коллекции. Данное коллекционирование эффективно в том случае, если книги используются в деятельности детей, если в ходе занятия или совместной деятельности создаются ситуации, требующие активизации информации, представленной в книгах (например, нужно узнать, что такое косая сажень (пуд, миля, пядь); в каких единицах измеряли время раньше и т. п.).
- Организация занятий и совместной деятельности по методу проекта, построенного на основе данной познавательной энциклопедии, книги.
- Придумывание продолжения сюжетов книг, новых эпизодов, зарисовка интересных моментов в альбомах.
- Использование данных книг в условиях семьи (посредством создания библиотеки, которой могут воспользоваться родители в выходные дни).
- Организация экскурсий в детские библиотеки, сопровождающихся рассматриванием каталогов и выставок книг, беседами с библиотекарями и читателями; это позволит обогатить опыт дошкольников, вызвать у них интерес к познавательной книге, воспитывать ценностное отношение к книге как средству познания и «сохранения культурных ценностей».
- Использование детских журналов и газет с познавательной информацией и заданиями.

Для развития «читательской культуры» необходимо напоминать старшим дошкольникам правила пользования книгой, отмечать ценность представленной в ней информации. Полезно обсудить отношение людей к книге в целом и к книге познавательного характера в частности.

Дети старшего дошкольного возраста более активно используют рабочие тетради как на занятиях, так и в совместной и индивидуальной деятельности. Старшие дошкольники знают правила использования рабочей тетради, могут самостоятельно доставать их из файлов или секции шкафа и класть обратно. В начале года следует пояснить детям цель применения рабочих тетрадей, совместно рассмотреть их, напомнить о правилах их использования, определить способы их хранения.

Так как рабочие тетради подразумевают выполнение заданий (закрашивание, дорисовывание), не следует предлагать детям выполнять задания в уже кем-то раскрашенной тетради. Материалы, которые вызвали интерес у большей части детей группы, следует размножать в виде рабочих листов, заготовок. «Заполненные» листы и тетради могут выступать своеобразной подсказкой для других детей.

### *Резюме*

Ф" Использование познавательной книги и рабочих тетрадей является одним из современных и эффективных средств логико-математического развития дошкольников.

^ Познавательная книга математического содержания в силу своих особенностей (сочетание возможностей «синтеза искусств» (графики, слова, полиграфии) и обогащенного познавательного момента) активизирует интерес дошкольников к осваиваемой информации, представляет содержание в наглядной форме, соответствующей возрастным возможностям детей.

В зависимости от возраста дошкольников варьируются цели использования данных книг, их функции, содержательные и формальные характеристики.

®" Использование рабочих тетрадей обеспечивает эффективное освоение содержания, развитие умений, значимых проявлений и качеств (волевых усилий, самостоятельности, организованности, аккуратности и т. п.) у детей. Их применение наиболее оптимально в старшем дошкольном возрасте.

Использование книг и рабочих тетрадей должно сопровождать (дополнять) процесс накопления детьми практического опыта обследования предметов и действий с ними, а не заменять (подменять) его.

#### *Литература*

1. Гурович Л. М., Береговая Л. Б., Логинова В. И. Ребенок и книга: Книга для воспитателей детского сада. — М.: Просвещение, 1992.
2. Леонова Л. А. Как выбрать книгу для дошкольника. — М.: Вентана-Граф, 2004.
3. Михайлова З. А., Непомнящая Р. Л. Литературный материал с математическим содержанием. Методическое пособие для воспитателей, родителей. — СПб.: фирма «Икар», 1999.
4. Непомнящая Р. Л., Федорцова Л. С. Детский журнал как средство предматематической подготовки дошкольников // Совершенствование процесса формирования элементарных математических представлений в детском саду. — Л., 1990.

#### *Список энциклопедий, альбомов, рабочих тетрадей и познавательных книг*

##### *Познавательные книги и энциклопедии*

- Х. Ахутина Т., Манелис Н., Пылаева Н., Хотылева Т. Путешествие Бима и Бома в страну математики. Пособие по подготовке к школе. — М.: Линка-Пресс, 1999.
2. Волина В. Праздник числа. Занимательная математика для детей. — М., 1993.
  3. Гатанов Ю. Развиваю воображение (Серия «Мой первый учебник»). — СПб.: Питер, 2000.
  4. Гатанов Ю. Развиваю мышление и речь (Серия «Мой первый учебник»). — СПб.: Питер, 2000.
  5. Житомирский Ж., Шеврин Л. Математическая азбука. — М.: Знание, 1980.
  6. Крапина М. В. Логика для обучения детей в семье, детском саду и...—Екатеринбург, 1998.
  7. Левинова Л. А., Сатир К. А. Приключение Кубарика и Тома-тика, или Веселая математика.— М.: Педагогика, 1977.
  8. Луэлин К. Время (из серии «Моя первая книжка»). — Дарлинг Киндерсли: Лондон—Москва, 1997.
  9. Семенченко П. 399 задач для развития ребенка. Иллюстрированное пособие для детей младшего школьного возраста. — М.: Олма-Пресс, 1999.
  10. Серова З. А. Знакомлюсь с математикой. Пособие для подготовки детей к школе. — СПб.: Питер, 2000.
  11. Хайнст М. Количество (из серии «Моя первая книжка»).— Дарлинг Киндерсли: Лондон—Москва, 1997.
  12. Юдин Г. Заниматика. Занимательная математика для мальчиков и девочек 4—7 лет. — М.: Росмэн, 1995.

##### *Книги-альбомы, книги-игры*

1. «На золотом крыльце...», «Давайте вместе поиграем» (сост.: Б. Б. Финкельштейн, Н. О. Лелявина).— СПб., ООО «Корвет».
2. «Поиск заповедного клада», «Спасатели приходят на помощь», «Праздник в стране блоков» (сост. Б. Б. Финкельштейн и др.). — СПб., ООО «Корвет».

##### *Рабочие тетради*

1. Безруких М., Филиппова Т. А. Ступеньки к школе. Учимся находить одинаковые фигуры.— М.: Дрофа, 2000.
2. Волкова С. И. Математические ступеньки (Комплекс «Преемственность»).— М.: Просвещение, 2005.
3. Гаврина С. Е., Кутявина Н. Л., Топоркова И. Г., Щербинина С. В. Учимся запоминать (серия «Золотая коллекция детского сада»).— М.: Олма-Пресс, 2001.
4. Глинка Г. А. Развиваю мышление и речь.— СПб.: Питер, 2000.
5. Горячев А. В., Ключ Н. В. Все по полочкам. Учебник-тетрадь для дошкольников 5—6 лет. — М.: Баласс, 2002.
6. Дорофеева А. Логическое мышление (серия «Подготовка ребенка к школе»).— М.: Мозаика-Синтез, 1997.
7. Дорофеева А. Учимся считать (серия «Подготовка ребенка к школе»). — М.: Мозаика-Синтез, 1997.

8. *Ерофеева Т. И.* В кругу друзей математики: Тетрадь для индивидуальной работы с детьми 5—6 лет.— М.: Просвещение^ 2005.

9. *Ерофеева Т. И.* Знакомимся с математикой / Пособие для детей старшего дошкольного возраста.— М.: Просвещение, 2005.

10. *Ерофеева Т. И., Павлова Л. П., Новикова В. П.* Математическая тетрадь для дошкольников.— М.: Просвещение, 1992.

11. *Иванова И. В.* Математика для будущего первоклассника. Для детей 5 лет (серия «Программа развития и обучения дошкольников».— СПб.: Нева, 2005.

12. *Иванова И. В.* Математика для будущего первоклассника. Для детей 6 лет (серия «Программа развития и обучения дошкольников».— СПб.: Нева, 2005.

13. *Иванова И. В.* Учимся считать. Для детей 3—4 лет (серия «Программа развития и обучения дошкольников»). — СПб.: Нева, 2004.

14. *Иванова И. В.* Учимся считать. Для детей 4—5 лет (серия «Программа развития и обучения дошкольников».— СПб.: Нева, 2004.

15. *Итина Л. С.* Геометрические игры (Серия журнала «Карапуз»).— 1996.

16. *Петерсон Л. Г., Кочемасова Е. Е.* Игралочка. Часть 1 / Учебное пособие по математике для дошкольников. — М.: ИНПРО-РЕС, 1996.

17. *Петерсон Л. Г., Холина Н. П.* Раз — ступенька, два — ступенька... Математика для детей и их родителей (в 2-х частях).— М.: Баласс, 1998.

18. *Подходова Н. С., Горбачева М. В., Мистонов А. А.* Волшебная страна фигур.— СПб.: Питер, 2000.

19. Серия обучающих игровых книг «Бубик и Пики» (цифры и счет). — М., 1996.

20. *Соловьева Е. В.* Моя математика: Развивающая книга для детей старшего дошкольного возраста. — М.: Просвещение, 2005.

21. *Фэрлонг К.* Учимся думать. Книга для талантливых детей и заботливых родителей. — СПб.: Сова, 1993.

#### *Вопросы и задания для самоконтроля*

© Сформулируйте основные задачи использования познавательной литературы в процессе логико-математического развития дошкольников.

© Определите направления диагностирования особенностей проявления интереса к познавательной литературе (цели, критерии (показатели), возможные задания) у старших дошкольников.

© Составьте рекомендации по организации использования познавательной литературы (рабочих тетрадей) для определенной возрастной группы в условиях семьи **Приложение 1. Конспекты логико-математических игр для детей 4—5 лет**

#### **Навестим кота Леопольда**

**Цель.** Освоение умения сравнивать предметы по длине, ширине, высоте. Обогащение словаря детей за счет слов: *длиннее, короче, самый длинный, самый короткий* и др. Развитие сообразительности, внимания, смекалки.

**Материал.** Полоски бумаги разной ширины. Карточки с изображениями автомобилей, домиков, сказочных персонажей разных размеров.

#### **Развитие сюжета**

*Дети узнают, что кот Леопольд заболел. Воспитатель берет на себя роль Доктора.*

**Доктор.** Ребята, я должен поскорее попасть к коту Леопольду и передать ему лекарства, чтобы кот быстрее поправился. Но, к сожалению, Леопольд не оставил своего адреса. Я думаю, вместе мы найдем его быстрее.

*По дороге дети и Доктор встречают Красную Шапочку. Спрашивают у нее, знает ли она, где живет кот Леопольд. Красная Шапочка говорит, что точно не знает, но ей известно, что к его домику ведет очень широкая дорожка.*

*Доктор раздает детям полоски бумаги разной ширины, всего 3, которые символизируют дорогу.*

*Начинается выбор дорожки согласно условию. Коллективно решают, как можно искать: наложить все 3 полоски одну на другую, чтобы были видны различия по ширине; приложить, совместить их узкой частью; использовать шнур, полоску бумаги, сравнение которых дает возможность найти самую широкую дорожку и т. д.*

По дороге дети и Доктор встречают нескольких сказочных героев (Мальчик-с-пальчик, Мальвина, Буратино, Чиполлино, Карандаш, дядя Степа), которые отчаянно спорят о том, кто из них самый высокий.

Дети спрашивают, не знают ли они, как найти домик кота Леопольда? В ответ сказочные герои просят детей помочь им разобраться в том, кто из них какого роста.

*Дети берут карточки с изображениями сказочных персонажей. Сравнивают их по росту (зрительно, сопоставляя парами), выстраивая их от самого низкого к самому высокому и наоборот.*

*Уточняющие вопросы могут быть следующими: кто выше Карандаша? Кто ниже Мальвины? Кто самый высокий? Кто стал бы самым высоким, если бы ушел дядя Степа? Кто стал бы самым низким, если бы ушел Мальчик-с-пальчик?*

Сказочные герои благодарят детей за то, что они могли решить спор, и сообщают, что точно не знают, где живет кот Леопольд, но знают, что у него самая длинная машина во всем городе.

Мы почти у цели, осталось только отыскать самую длинную машину, и тогда мы узнаем, где живет наш больной.

*Дети анализируют картинки с изображениями домов и стоящих рядом с ними машин. Находят самую длинную из них.*

Доктор. Вот и домик кота Леопольда. Теперь он быстро поправится. А вам я говорю большое спасибо за то, что помогли мне.

**Итог.** Разговор с детьми о том, что значит «оказать кому-либо помощь». Оказывали ли они помощь; оказывали ли им помощь? Просили ли их о помощи?

*Возможные варианты усложнения познавательных задач*

- Построение сериационных рядов по длине (ширине, высоте, объему) путем выбора из оставшихся предметов каждый раз самого длинного (узкого, низкого, маленького).
- Создание ситуаций выбора предмета, который больше пятого по порядку, но меньше четвертого; находится перед самым большим; меньше самого маленького.
- Выбор предметов: низких и маленьких, высоких и больших; длинных и толстых, коротких и тонких; высоких и толстых, высоких и тонких, низких и тонких. Сравнение их.

## **Как звери готовились к Новому году**

**Цель.** Развитие умения классифицировать предметы по заданному свойству (размеру, цвету, форме), пользуясь условными знаками (разрешающими и запрещающими), вариативности мышления при выборе предмета по правилу (методом последовательного исключения из цепочки); развитие доказательной мотивированной речи.

**Материал.** Карточки с изображениями елок и шаров 3-х размеров, подарочных упаковок разной формы (3-х видов) — по 24 карточки каждого изображения с разрешающими знаками, игровые персонажи (Ежик, Заяц, Лиса).

### **Развитие сюжета**

**Педагог.** Однажды перед самым Новым годом друзья, Еж, Заяц и Лиса, отправились в лес за елками. Им понравились три лесные красавицы.

*Детям предъявляются изображения елей трех размеров.*

**Педагог.** Одинаковые или разные они по высоте (размеру)?

*Уточнение в ходе обмена мнениями: высокая, пониже и низкая.*

**Педагог.** Ежик полюбовался елочками и заметил, что самую высокую ему не срубить, а ту, что пониже, — не донести до дома. Какую елку выбрал Ежик?

*Дети показывают это с помощью карточек.*

**Педагог.** Заяц было все равно, какую елку выбрать, но он побаивался Лису и не хотел с ней ссориться. Сколько елок осталось бы Заяц для выбора, если бы он все-таки решил выбрать?

*Дети показывают это с помощью карточек.*

Педагог. Лиса всегда выбирала все самое большое, считая, что чем больше, тем лучше. Какую елку она выбрала не раздумывая? Какая елка по высоте досталась Зайцу?

*Дети выбирают елки с помощью карточек.*

Педагог. Расскажите о выборе елок каждым из зверей, используя слова-сравнения: «выше, чем»; «ниже, чем» и т. д.

*Варианты ответов: «У Зайца елка выше, чем у Ежа», «У Ежа елка ниже, чем у Лисы и Зайца», «У Лисы елка выше, чем у Зайца и Ежа», «У Зайца елка выше, чем у Ежа, пониже, чем у Лисы», «Самая низкая елка у Ежа, повыше у Зайца, сама высокая у Лисы», «Самая высокая елка у Лисы, пониже у Зайца, самая низкая — у Ежа».*

Педагог. Друзья решили украсить елку разноцветными шарами. Еж выбрал желтые потому, что ему нравятся желтые осенние листья. Заяц выбирать не захотел. Лиса сказала, что голубые шары ей не нравятся. Шары какого цвета выбрал каждый из друзей?

*Дети обосновывают выбор, используя карточки.*

Педагог. Самых красивых шаров у друзей оказалось пять. Они решили разделить их поровну. Но Лиса хитра, она решила, что себе возьмет больше всех, а Зайцу и Ежу даст поровну, чтобы не поссорились. Как разделила шары хитрая Лиса? *(Ответы детей.)*

*Дети рассуждают и параллельно выполняют поисковые действия (Лисе — три шара, а Зайцу и Ежу — по одному).*

Педагог. Как вы думаете, в хорошем ли настроении мы оставляем друзей — Ежа, Зайца и Лису?

*Мотивированные ответы детей от имени каждого из друзей: «Еж выбрал самую низкую елку; высокая елка в его норку не поместится; он украсил ее желтыми шариками».*

**Итог.** Совместно с педагогом дети распределяют подарки, начиная с Ежика. Выслушивается мнение нескольких детей, а затем сообща договариваются, какой подарок будут вручать Ежу.

*Возможные варианты усложнения познавательных задач*

13. Выбор предметов из множества по двум признакам. Например, по размеру и цвету; цвету и форме; размеру и форме.

- Деление множества на равные и неравные части в пользу Зайца и Ежа.

### **Кто похитил варенье?**

**Цель.** Освоение умения пользоваться сравнением для получения информации. Развитие сообразительности, смекалки, умения быстро переключаться с одного действия на другое.

**Материал.** Следы на полу (из картона), мягкие игрушки (Карлсон, Винни-Пух, Незнайка, Шапокляк, Чебурашка, Сова). Карточки с изображением чемодана, ключей, горшочков.

#### **Развитие сюжета**

Педагог. Дети, пока вы гуляли, в детском саду случилось чрезвычайное происшествие. Из кухни пропало все варенье. Теперь детям не с чем пить чай. Мне поручили вести расследование, но боюсь, мне не справиться в одиночку. Потребуется ваша помощь. Предлагаю вам стать на время моими помощниками. Вы согласны?

Приступаем к расследованию! Вот мой волшебный чемоданчик сыщика, в нем есть все необходимое для поисков. Ой, он закрыт! Без приборов, которые хранятся в чемоданчике, мы никогда не сможем найти похитителей. Я не могу найти ключи, наверное, оставил их у своего друга, мастера, который делает горшочки для варенья. Пойдемте к нему.

Мастер сказал мне, что ключи от чемодана он положил в один из горшочков, которые стоят на полке. Этот горшочек точно такой же, как у меня в руках. Вам, как моим помощникам, нужно отыскать этот горшочек на полке у мастера.

*Дети берут карточки, на которых изображены горшочки, и ищут среди них тот, который нужен сыщику (сравнивают предметы на глаз, находят такой же).*

Педагог. Вы, оказывается, замечательные помощники. Это тот горшок, который мы искали, а вот и моя связка ключей. Теперь мы обязательно отыщем похитителей и вернем детям варенье.

*Сыщик рассматривает связку ключей.*

Педагог. Оказывается, в связке так много ключей! Я никак не могу выбрать те, которые подойдут к замкам. Может, вы, мои помощники, попробуете подобрать ключи?

*Дети берут карточки с изображением чемодана с замками и ключей, подбирают ключи к замкам. Подобрав два ключа, доказывают правильность выбора.*

**Педагог.** Что я вижу? Мои старательные и смысленные ученики помогли мне открыть чемодан. В нем подсказка для вас: «Похитители обычно оставляют на месте происшествия много улик, например следы». Где будем искать следы? Вы ничего не заметили необычного или подозрительного?

*Кто-то из детей замечает следы из картона на полу, разложенные в групповой комнате.*

**Педагог.** О, какая удача! Это то, что нам нужно! Скорее всего, их оставил похититель. Нам нужно спешить, пока он не ушел далеко и не съел все варенье. Вперед, мои талантливые помощники.

*Следы приводят детей в кукольный уголок, где находятся Карлсон, Винни-Пух, Незнайка, Шапокляк и Чебурашка.*

**Педагог.** Неужели кто-то из них украл варенье? Как будем искать похитителя?

*Дети высказывают предположения, многие из них сразу называют Карлсона; но требуются доказательства. Дети договариваются между собой о необходимости сравнить следы, найденные в групповой комнате, с формой подошв обуви тех, кого обнаружили в уголке кукол. После сравнения выясняется, что подошвы такой формы только у Карлсона.*

**Итог.** Дети вспоминают историю про Карлсона, который живет на крыше, и прощают ему его проделки, поскольку известно, что он любит сласти.

*' Возможные варианты усложнения познавательных задач*

- Дети (помощники сыщика) чинят бусы для Совы, которая затем участвует в поиске похитителя. Обнаруживают, что у двух подозреваемых подошвы обуви одинаковой формы. В этом случае можно использовать другие способы поиска:
- сравнить расстояние между следами, оставленными на полу. Это можно сделать с помощью шнура.

## **Кто где живет**

**Цель.** Сравнение и практическое соотнесение пяти предметов по размерам. Выражение в речи относительности размеров по длине, ширине, высоте, объему и обоснование выбора.

**Материал.** Контуры пяти домиков разного размера (самый большой, поменьше, еще поменьше, еще поменьше и самый маленький). Деревья разной высоты, полоски разной ширины. Карточки с изображением пяти животных; цветов разного размера. Модель для сравнения по размеру (изготавливается совместно с детьми).

### **Развитие сюжета**

Королева Леса обращается к детям с просьбой оказать помощь сказочным животным. Показывает их (это могут быть: лиса, заяц, еж, крот и мышка). Животных надо расселить по домикам. Домов много (предъявляются дома).

**Педагог.** Достаточно ли домов для того, чтобы поселить каждое животное в отдельный дом?

*Дети отвечают. Выясняется, что домов достаточно (пять домов, животных тоже пять).*

**Педагог.** Что еще надо учитывать при размещении животных? Как вы будете учитывать размеры животного и дома?

После ответов детей Королева Леса наводит детей на мысль о схематическом обозначении домов, исходя из того что дома бывают разных размеров.

*Дети сравнивают дома.*

Договариваются изобразить размеры домов в виде столбиков, соблюдая при этом равенство различий между рядом расположенными. Дети участвуют в изготовлении модели.

Оказывается, у животных есть карточки. На карточках написано, в какие по размеру дома хочет поселиться каждый из животных. Лиса — в самый большой.

*Дети выбирают дом для лисы из расставленных в ряд согласно модели.*

**Педагог.** Заяц поселится в тот, который является вторым по порядку, если считать слева направо.

Еж — в тот, который немного ниже второго.

Крот — в тот, который является вторым справа.

Мышка — в самый маленький из всех домов.



*В ходе рассматривания животных дети называют размеры домов; объясняют, почему поселяют животное именно в этот домик (учитывают размер дома и животного, его требования).*

*Затем дети вместе со взрослым раскладывают дорожки, сажают цветы, деревья — оформляют участки вокруг домов. Размер дома при этом является определяющим. Размеры деревьев, цветов дети определяют зрительно, практически или соотнося с моделью. Каждый ребенок объясняет выбор и доказывает его точность.*

Королева показывает свое положительное отношение к действиям детей. Предлагает им, объединившись в небольшие группы, выбрать один из домов, развернуть игру (это является итогом занятия).

*Возможные варианты усложнения познавательных задач*

- Игра «Четвертый — лишний». Используются 4 предмета, один из которых отличается от других по размеру — длине (ширине, высоте или объему).
- Выбор предмета соответственно размеру коробки. Перед детьми раскладываются коробки — большая, поменьше и маленькая — и ряд предметов, различных по размеру. Нужно разложить высыпавшиеся из коробки предметы по местам и объяснить свои действия.
- Уравнивание по длине (затем — по ширине) 3—4-х полосок разной длины. Дети самостоятельно выбирают длину, относительно которой можно уравнять (сделать равными по длине) все полоски, пользуясь при этом ножницами.

Как друзья выбрали подарок для **Жужи**

Цель. Развитие умений выбирать силуэт по признакам из множества других, различать геометрические фигуры, делить их на части, составлять из них предметные силуэты, ориентироваться на плоскости зрительно и с помощью словесного диктанта; складывать силуэты по схеме-образцу и собственному замыслу.

Материал. Игры «Чудо-соты», «Чудо-цветик», «Логоформоч-ки 5», «Шнур-затейник» (на каждого ребенка), коврограф, схематичные рисунки кукол, фигурки персонажей: Краб Крабыч, галчонок Каррчик и медвежонок Мишик.

Развитие сюжета

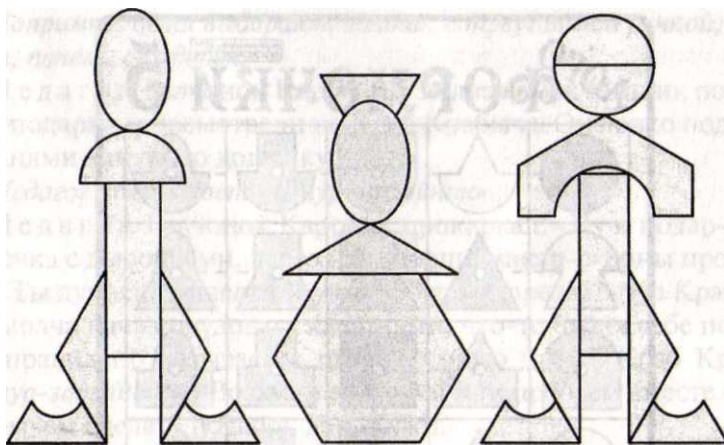
Педагог.

Давным-давно, три дня тому назад, Позавчера, со вторника на ужин,  
Друзья собрались в Игроград, На день рождения к пчелке Жуже.

Друзья — галчонок Каррчик, медвежонок Мишик, Краб Крабыч — сидели на поляне Фиолетового леса и думали, что же подарить пчелке Жуже. Первым принял решение галчонок Каррчик. Он вспомнил, что девочкам нравятся куклы. Галчонок достал из коробки несколько кукол и задумался, какую из них подарить Жуже.

*Педагог прикрепляет на коврографе несколько схематичных рисунков кукол (илл. 69).*

Педагог. Галчонок Каррчик выбрал куклу с прямоугольным туловищем, овальной головой и треугольными ногами.



Илл. 69. Куклы составлены из элементов пособия «Чудо-соты»

*Дети выбирают подходящий по описанию схематичный рисунок и составляют предметный силуэт из деталей игры «Чудо-соты».*

Педагог. Медвежонок Мишик всегда любил практичные подарки. Он решил подарить пчелке Жуже зонтик, чтобы она могла летать во время дождя. Из каких частей состоит зонтик? (Крыша и ручки.) Крыша находится в верхней части зонтика, а ручка — в нижней. У медвежонка была одна крыша и много ручек.

*Дети вынимают части «линейки» из игры «Логоформочки 5» (илл. 70), чтобы было хорошо видно части геометрических фигур.*

Педагог. Какой формы крыша у зонтиков? (Круглая.) Часть какой геометрической фигуры мы возьмем? (Половину круга.)

*Дети кладут перед собой половину круга.*

Педагог. Какой формы может быть ручка у зонтика? (Овальная, треугольная, квадратная и т.д.) Части каких геометрических фигур можно взять, чтобы сделать ручку для зонтика? (Половину прямоугольника — квадрат, часть треугольника — тоже треугольник, часть треугольника — трапецию и т.д.)

*Дети вынимают по очереди части овала, прямоугольника, квадрата и треугольника и соединяют эти части с половиной круга. Рядом с составным зонтиком дети кладут точно такой же, но целый, найденный на игровом поле (илл. 71).*

*Например, дети выбирают зонтик с треугольной ручкой, объясняют, почему он удобен.*

Педагог. Галчонок Каррчик и медвежонок Мишик подготовили подарки и посмотрели на Краб Крабыча. Он ловко подцепил клешнями какую-то дощечку.

*Педагог показывает «Шнур-затейник».*

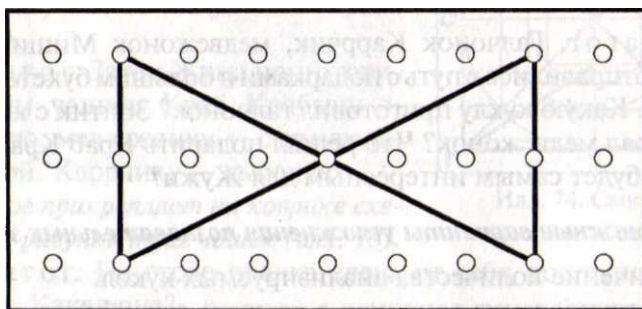
Педагог. Галчонок Каррчик прокаркал: «Ну и подар-р-рок! Дощечка с дырочками, через нее хорошо мака-р-роны процеживать. Ты думаешь, пчелка Жужа любит макароны?» Но Краб Крабыч молча начал орудовать клешнями, что-то бубня себе под нос. Как правильно называется игра, которую нашел Краб Крабыч? («Шнур-затейник».) Возьмем ее в руки и попробуем вместе с Краб Крабычем сделать подарок для Жужи.

В верхнем ряду во вторую кнопку справа проденем шнурок. Потом отсчитаем две кнопочки вниз и обведем кнопку; потом — шесть кнопок вправо и обведем кнопку, потом — две кнопки вверх и снова обведем кнопку, потом — шесть кнопок влево и проденем шнурок в кнопку.

*Дети под диктовку вместе с педагогом вышивают прямоугольник.*

Педагог. Что получилось? (Прямоугольник.) Медвежонок Мишику подарок не понравился. Он сказал недовольно: «Ты подаришь Жуже простой прямоугольник?» Но Краб Крабыч снова пощелкал клешнями, и изумленные друзья увидели бантик.

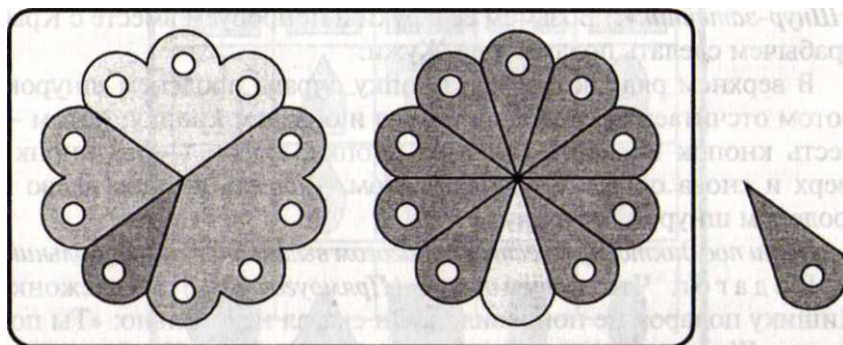
*Педагог показывает детям бантик (илл. 72).*



Педагог. Как вы думаете, что сделал Краб Крабыч, чтобы прямоугольник превратился в бантик? Сделайте бантик из своего прямоугольника и расскажите о своих действиях.

Подарки были готовы. Друзья начали собираться в путь. Но тут Краб Крабыч остановился, поднял клешню и сказал: «Мы забыли одну важную вещь. То, что пчелы любят больше всего на свете». Краб Крабыч всегда любил загадки. Что же пчелы любят больше всего? (*Цветы.*)

*Дети составляют красивый букет из частей игры «Чудо-цветики» (ЦЛЛ. 73).*



Илл. 73

Педагог. Галчонок Каррчик, медвежонок Мишик и Краб Крабыч отправились в путь с подарками и большим букетом цветов.

Итог. Какую куклу приготовил галчонок? Зонтик с какой ручкой выбрал медвежонок? Что решил подарить Краб Крабыч? Чей подарок будет самым интересным для Жужи?

*Возможные варианты усложнения познавательных задач*

- Увеличение количества анализируемых кукол.
- Конструирование зонтиков с крышей другой формы (например, трапециевидной).
- Вышивание других фигур (только под словесный диктант).

### **Как Жужа гостей встречала**

**Цель.** Развитие умений выбирать силуэт по признакам из множества других, решать логические и проблемные задачи, создавать предметные силуэты по собственному замыслу и схематичному рисунку, обводить силуэты на листе бумаги, дорисовывать их.

**Материал.** Игры «Геоконт», «Чудо-крестики 2», «Шнур-затейник», «Чудо-соты», «Игровизор», листы с рисунками ульев (на каждого ребенка), коврограф, схематичные рисунки чашек, фигурки персонажей: пчелка Жужа, Краб Крабыч, галчонок Каррчик и медвежонок Мишик.

#### **Развитие сюжета**

Педагог. Сегодня пчелка Жужа ждала гостей — галчонка Каррчика, медвежонка Мишика и Краб Крабыча. Сначала пчелка решила навести порядок. Она весело летала по домику, напевая песенку:

Лампа, чашка, сапожок, Ключик, веник, утюжок... Дом уютный у меня, Буду рада вам, друзья

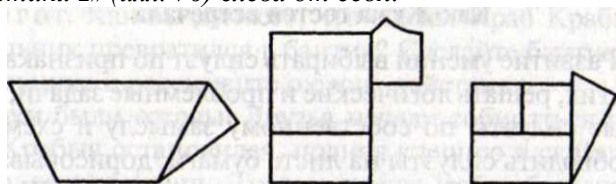
*Педагог предлагает детям сделать предметные силуэты по собственному замыслу (лампу, чашку, сапожок, ключик, веник, утюжок) на «Геоконте» (илл. 74). Спрашивает, какие силуэты выбрали дети.*

Педагог. Затем Жужа приготовила друзьям чашки: Краб Крабычу — квадратную, медвежонку — с треугольной ручкой, Каррчику — высокую.

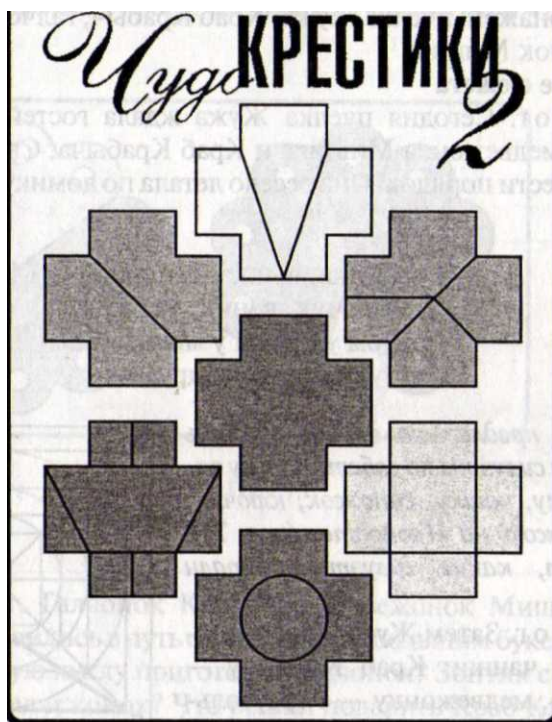
Педагог прикрепляет на коврике схематичные рисунки трех чашек (илл. 75).

Педагог. На столе пчелка слева от себя поставила чашку Каррчика. Какая она?

Дети называют признак чашки и составляют ее по схематичному рисунку из деталей игры «Чудо-крестики 2» (илл. 76) слева от себя.



Илл. 75



Илл. 76

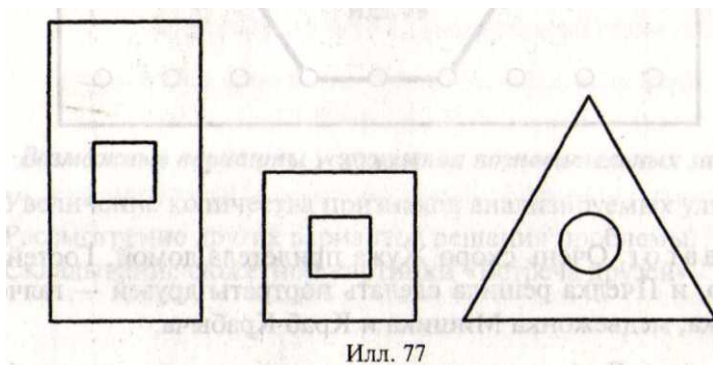
Педагог. Справа от себя пчелка поставила чашку медвежонка. Какая она?

Дети называют признаки чашки медвежонка и справа от себя складывают ее из деталей игры «Чудо-крестики 2».

Педагог. Чашку Краб Крабыча Жужа поставила между чашками медвежонка и Каррчика, напротив себя. Дети составляют чашку Краб Крабыча.

Педагог. Потом нужно было приготовить угощение — мед. Заглянула пчелка в один горшочек, во второй, в третий. Нет меда. Взяла Жужа одно ведро и полетела на пасеку. Заглянула в один улей, второй, третий.

Детям раздаются листы, на которых нарисованы три улья (илл. 77). Они подкладывают листы под пленку «Игровизора».



Илл. 77

Педагог. Мед был только в одном. Этот улей был с квадратным окном и ниже треугольного.

*Дети отмечают маркером тот улей, в котором пчелка Жужа взяла мед.*

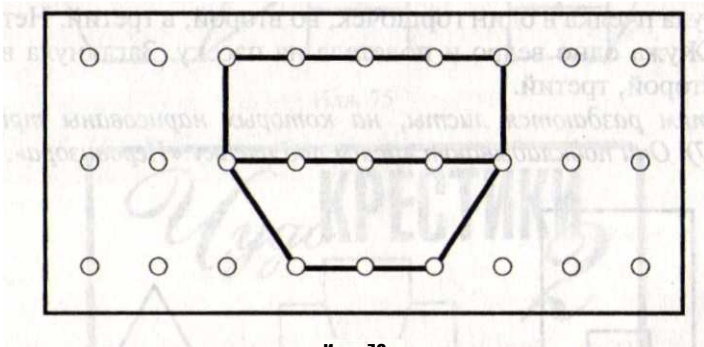
Педагог. Какой формы этот улей? (Квадратной.)

Пчелка набрала полное ведро меда. Оно было таким тяжелым, что Жужа очень быстро выбилась из сил. Что же делать? Как донести это ведро до дома?

*Дети высказывают свои варианты решения этой проблемы. Одним из вариантов может быть такой — разложить по двум ведеркам, оставить одно на пасеке. Сначала отнести одно, потом — второе.*

Педагог. Жужа решила разложить мед по двум ведеркам, отнести сначала одно, потом — второе ведро? Поможем Пчелке, сделаем ей второе ведро, удобное, с ручкой.

*Дети вышивают силуэт второго ведра на игре «Шнур-затейник» (илл. 78).*



Илл. 78

второе. Только где Жужа взять

Педагог. Очень скоро Жужа прилетела домой. Гостей еще не было, и Пчелка решила сделать портреты друзей — галчонок Каррчика, медвежонок Мишика и Краб Крабыча.

Я раскрою вам секрет — как рисуется портрет! Раз — детали разлож-ж-жу. Два — фигурки обвож-ж-жу. Три — раскрашу в семь цветов. Крыльев взмах — портрет готов!

*Педагог прикрепляет на коврографе схематичные рисунки галчонок Каррчика, медвежонок Мишика и Краб Крабыча (илл. 79). Дети выбирают один из трех, складывают его из деталей игры «Чудо-соты» на листе бумаги, обводят фломастером, дорисовывают изображение.*

Педагог. Через несколько минут портреты друзей были готовы. Тут раздался стук в дверь. Это пришли галчонок Каррчик, медвежонок Мишик и Краб Крабыч. Они вручили пчелке свои подарки, она им — портреты. Все были довольны.

- Ит Итог. В каком улье нашла пчелка Жужа мед? Как донесла Жужа мед домой Увеличение количества признаков анализируемых ульев.
- Рассмотрение других вариантов решения проблемы.



Складывание сюжетной картинки «Встреча друзей»

## Приложение 2. Развивающие игры для детей дошкольного возраста. Классификация по цели и способу достижения результата

### *Игры на плоскостное моделирование* (головоломки)

Классические: «Танграм», «Колумбово яйцо» и т. д. («Оксва»)

«Чудо-крестики», «Чудо-соты» («РИВ»)

Игры-складушки («Аист»)

Игры со спичками (трансфигурация)

Замена мест, перемещение: «4 по 4», «Составь»

### *Игры на воссоздание и изменение по форме и цвету*

(форма и цвет)

«Сложи узор», «Хамелеон», «Кубики „Хамелеон“», «Уникуб» («Корвет», «Оксва»), «Калейдоскоп», «Играем вместе» «Цветное панно», «Маленький дизайнер», «Соты Кайе» («Корвет»); «Логоформочки», «Фонарики» («РИВ»); «Тетрис» (плоский), «Сложи квадрат» («Оксва»); «Логический конструктор» («Русская игрушка»)

### *Игры на подбор карточек по правилу с целью достижения результата*

(настольно-печатные)

Математические: «Планета умножения», «Домино» («РИВ»); «Лото», «Состав числа»

Логические: «Логические цепочки», «Логический домик», «Логический поезд» (Киров)

### *Игры на объемное моделирование*

(логические кубики, кубики для всех)

«Уголки», «Собирайка», «Загадка» («Корвет», «Оксва») «Тетрис» (объемный)

### *Игры на соотнесение карточек по смыслу* (пазлы)

«Ассоциации», «Цвета и формы», «Играя, учись», «Часть и целое», «Числа и цифры *Игры на трансфигурацию и трансформацию* (трансформеры)

«Игровой квадрат», «Змейка», «Разрезной квадрат» («РИВ») «Цветок лотоса», «Змейка» (объемная), «Клубок», «Куб»

### *Игры на освоение отношений* (целое — часть)

«Дробь» («Оксва»); «Прозрачный квадрат», «Чудо-цветик», «Геоконт», «Шнур-затейник» («РИВ»); «Дом дробей», «Играем вместе»

## Приложение 3. Словарик основных понятий

**Алгоритм** — последовательность команд для решения поставленной задачи.

**Взаимнооднозначное соответствие** — соответствие между двумя множествами А и В, при котором каждому элементу множества А сопоставляется единственный элемент множества В.

**Величина** — одно из основных математических понятий, возникших как абстракция от числовых характеристик физических свойств.

**Временные отношения** — порядок сменяющих друг друга событий, а также их длительность.

**Дискретное множество** — множество, все точки которого являются изолированными.

**Измерение** — сравнение данной величины с некоторой величиной, принятой за единицу. Цель измерения — получение численной характеристики данной величины при выбранной единице.

**Инвариант** — выражение, число и т. п., связанное с какой-либо целостной совокупностью объектов, которая остается неизменной на всем протяжении преобразования этой совокупности.

**Инвариантная величина** — неизменяющаяся величина, остающаяся неизменной при определенных преобразованиях, перемещениях, входящих вместе с инвариантной величиной в одну систему.

**Инвариантность** — неизменность, независимость от каких-либо условий.

**Качество** — то, что составляет сущность предмета.

**Классификация** — объединение объектов или явлений на основе общих признаков в класс или группу.

**Компьютерно-игровой комплекс (КИК)** — многофункциональный набор компонентов, образующих развивающую предметную среду, и методология их использования. КИК включает: компьютеры с программным обеспечением (специально разработанными для дошкольников компьютерными играми), набор игровых материалов и модулей, оборудование для игровых помещений, в которых осуществляются предкомпьютерная и посткомпьютерная стадии.

**Кортеж** — упорядоченный набор.

**Логика** — наука о законах мышления; разумность, правильность, внутренняя закономерность.

**Логичный** — правильный, последовательный, обоснованный, соответствующий законам логики.

**Множество** — совокупность элементов, выделенных по какому-либо признаку в обособленную группу.

**Натуральный ряд** — множество натуральных чисел. Свойства: имеет начальное число (1); за каждым числом следует только одно число; каждое последующее число на 1 больше предыдущего, а предыдущее — на 1 меньше последующего; натуральный ряд бесконечен.

**Ноль** — математический знак, выражающий отсутствие единиц какого-либо разряда.

**Новые информационные технологии (НИТ)** — программные, технические системы, обеспечивающие сбор, накопление, хранение, обработку и передачу в закодированном виде информации, а также способы использования систем.

**Отношение** — общность двух и более предметов.

**Отношение двух однородных величин** — число, получающееся в результате измерения первой величины, когда вторая выбрана за единицу меры.

**Отношение двух чисел** — частное от деления первого числа на второе.

**Отображение** — закон, по которому каждому элементу  $x$  некоторого заданного множества  $X$  сопоставляется однозначно определенный элемент  $y$  другого заданного множества  $Y$ .

**Познание** — процесс, в котором различие и сходство находятся в непрерывном единстве. Сравнение органически входит во всю практическую деятельность людей.

**Пространственные отношения** выражают, с одной стороны, порядок одновременно существующих событий, а с другой — протяженность материальных объектов.

**Разбиение** — логическое действие, состоящее в разделении, разбивке непустого множества на непересекающиеся и полностью исключают его подмножества.

**Ритм** — временная упорядоченность.

**Свойство** — сторона предмета, обуславливающая его различия или сходство с другими предметами и проявляющаяся во взаимодействии с ними. Свойство — то, что присуще предметам, что отличает их от других предметов или делает их похожими на другие предметы (например, твердость, шероховатость, упругость и др.).

**Свойство существенное** — свойство, без которого объект не может существовать.

**Свойство несущественное** — свойство, отсутствие которого не влияет на существование объекта.

**Сериация** — выявление и упорядочивание различий.

**Сохранение** — сбережение чего-нибудь.

**Сравнение** — один из основных логических приемов познания внешнего мира. Познание любого предмета и явления начинается с того, что мы его *отличаем* от всех других предметов и устанавливаем сходство его с родственными предметами.

**Счет элементов множества  $A$**  — установление взаимнооднозначного соответствия между множеством  $A$  и отрезком натурального ряда.

**Текстовая задача** — описание некоторой ситуации на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между компонентами или определить вид этого отношения. Составные части задачи: условия и требования.

**Темп** — разделение музыкального времени на равные доли.

**Тождественность** — идентичность, подобие, соответствие, похожесть, сходство.

**Транзитивность** (от лат. *transitus* — переход) — свойство величин, состоящее в том, что если первая величина сравнима со второй, а вторая с третьей, то первая сравнима с третьей, например если  $a=b$  и  $b=c$ , то  $a=c$ .

**Функция** (в самом общем понимании) — связь между переменными величинами.

**Характеристическое свойство** — такое свойство, которым обладает каждый элемент, принадлежащий множеству, и не обладает ни один элемент, который ему не принадлежит.

**Цифра** — письменный знак, обозначающий число.

**Число** — общее свойство множеств, между элементами которых устанавливается взаимнооднозначное соответствие.

**Эквивалентность** — равносильность (равнозначность); операция математической логики.

### К теме «Моделирование»

**Моделирование** — построение модели и ее использование с целью познания нового путем отвлечения существенных свойств действительности из их многообразия, их абстрагирования, схематизации и выражения при помощи заместителей.

**Модель** (от лат. *modus* — мера, образ, способ) — мысленно или материально представленная система, отражающая или воспроизводящая объект, способная замещать его так, что изучение модели дает новую информацию об объекте.

**Опредмечивание** — создание образов предметов для успешного отражения способов человеческой жизнедеятельности.

### К теме «Знаково-символическая деятельность»

**Знаково-символическая деятельность (ЗСД):**

1) репрезентативная деятельность, включающая различение *обозначаемого* — *обозначающего*, осуществление кодирования и декодирования, протекающих в ходе производства, общения, воспитания, познания;

2) взаимодействие и функционирование отдельных исторически сложившихся знаковых систем, в основе которых лежит оперирование знаковыми средствами (естественные языки, невербальная коммуникация, система эталонов и др.) (Н. Г. Салмина).

**Виды ЗСД**

1) По выполняемой функции, планам, в которых она осуществляется (специфика соотношения «обозначаемого» и «обозначающего»), характеристике замещающего выделяют:

— замещение, суть которого состоит в воспроизведении реальности;

— кодирование, состоящее в переводе и принятии сообщений;

— схематизация — использование знаково-символических средств (ЗСС, см. далее) для ориентировки в действительности;

— моделирование — получение объективно новой информации за счет оперирования ЗСС (Н. Г. Салмина).

2) по особенностям связи между планами, *единичности* — *системности* ЗСС, их функции: кодирование, указание, замещение, моделирование (Г. А. Глотова).

**Знаково-символические средства (ЗСС)** — отдельные объекты или их системы, связанные различными типами связи с некоторыми другими объектами, явлениями и на основе этих связей использующиеся вместо этих явлений, объектов.

**Соотношение «знак и символ».** **Знак** рассматривается как материально, чувственно воспринимаемый предмет (явление, действие), выступающий в процессе познания и обобщения в качестве представителя других предметов (явлений, действий) и используемый для получения, хранения, преобразования и передачи информации о нем. **Символ** — знак, ассоциированный с определенным объектом, представлениями, убеждениями, мыслями или чувствами, относимый к той части действительности, который этот знак представляет.

### К теме «Масса»

**Вес** — это сила, с которой тело, имеющее определенную массу, притягивается к земле. Вес предмета зависит от его массы.

**Масса** — количество вещества, содержащегося в том или ином физическом объекте. Масса — скалярная величина, т. к. она имеет только количественную оценку.

**Литература**

1. Белошистая А. В. Формирование и развитие математических способностей дошкольников (Курс лекций). — М.: Владос, 2004.



2. *Гоголева В. Г.* Игры и упражнения на развитие конструктивного и логического мышления детей дошкольного возраста.— СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2005.
3. Дошкольник изучает математику. / Под ред. Т. И. Ерофеевой.— М.: изд. дом «Воспитание дошкольника», 2002.  
*Ерофеева Т. И., Павлова Л. Н., Новикова В. П.* Математика для дошкольников. — М.: Просвещение, 1996
4. *Звонкий А. К.* Малыши и математика. Домашний кружок для дошкольников. — М.: Московский центр непрерывного математического образования, Московский институт открытого образования, 2006.
5. Математика до школы. Пособие для воспитателей детских садов и родителей. Сост.: А. А. Смоленцева, О. В. Пустовойт и др. - СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2006.
6. *Непомнящая Р. Л.* Развитие представлений о времени у детей дошкольного возраста. — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2005.
7. *Носова Е. А., Непомнящая Р. Л.* Логика и математика для дошкольников.- СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2007.
8. *Смоленцева А. А., Суворова О. В.* Математика в проблемных ситуациях для маленьких детей. — СПб.: ДЕТСТВО-ПРЕСС, 2004.
10. *Смолякова О. К., Смолякова Н. В.* Математика для дошкольников. В помощь родителям при подготовке детей 5—6 лет к школе. — М.: Издат-школа, 2002.
11. Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста. Хрестоматия / Сост.: З. А. Михайлова, Р. Л. Непомнящая, М. Н. Полякова.— М.: Центр педагогического образования, 2008.
- Щербакова Е. И.* Методика обучения математике в детском саду.— М.: Академия, 2000

#### *Учебно-методическое издание*

**Зинаида Алексеевна Михайлова и др.**

#### **Теории и технологии математического развития детей дошкольного возраста**

Главный редактор С. Д. Ермолаев Редактор Е. В. Шумара Корректор А.  
В. Соколова Дизайнер С. А. Козубченко Верстка А. Л. Сергеенок

Издательство «ДЕТСТВО-ПРЕСС», 197348 СПб., а/я 45. Тел.: (812) 303-89-58, 542-84-37 E-mail: [detstopress@mail.ru](mailto:detstopress@mail.ru) [www.detsto-press.ru](http://www.detsto-press.ru)

Представительство в Москве: МОО «Разум», 127434 Москва, Ивановская ул., д. 34. Тел.: (495) 976-65-33

Служба «Книга — почтой»: ООО «Фоликом», 199053 Санкт-Петербург, В. О., 4-я линия, д. 13. Тел.: (812) 323-70-04. E-mail: [folipost@yandex.ru](mailto:folipost@yandex.ru)

**Подписано в печать 05.08.2008. Бумага офсетная. Формат 60x90/16. Печать офсетная. Гарнитура Тайме. Усл. печ. л. 24,0. Тираж 2300 экз. Заказ № 465.**

**Отпечатано с готовых диапозитивов в ООО «Типография Правда 1906». 195299, С.-Петербург, Киришская ул., 2. Тел.: (812) 531-20-00, 531-25-55**